

二 圆柱和圆锥



(一)单元教学目标

1. 认识圆柱和圆锥,掌握它们的特征以及它们之间的区别与联系。
2. 能正确计算圆柱的侧面积和表面积。
3. 经历探索圆柱和圆锥体积计算方法的过程,理解并掌握它们的体积计算公式,会计算圆柱和圆锥的体积。



(二)单元内容分析

圆柱和圆锥是学生在小学阶段最后认识的两个几何图形。本单元内容包括主题情境图、圆柱、圆锥和数学文化“古老的几何”等内容。圆柱的学习内容主要包括:圆柱的特征和各部分的名称,圆柱的侧面积和表面积的计算,圆柱体积的计算等。圆锥的学习内容包括:圆锥的认识、圆锥体积的计算以及解决相应的实际问题等。结合圆柱和圆锥的学习编排了数学文化“古老的几何”,有助于学生对几何有更多的了解。

本单元的学习有助于学生全面了解圆柱和圆锥的图形特征,培养学生的空间观念,建立小学阶段几何图形知识体系,也为中学进一步学习图形与几何奠定基础。编写时突出了4个特点:一是注重素材内容贴近学生的生活实际;二是重视学生数学学习习惯的培养;三是注重学生思维能力的培养;四是关注学生的学习方式的指导。

〔单元教学重点〕 圆柱和圆锥的特征、圆柱和圆锥体积的计算。

〔单元教学难点〕 圆柱和圆锥体积计算公式的推导与掌握。



(三)单元教学建议

1.加强实践活动,帮助学生在活动中掌握图形的特征。

根据教科书内容的安排,在本单元教学中要高度重视学生的观察和操作活动,让学生在活动中认识图形并把握其特征,发现图形之间的联系和掌握求侧面积、表面积及体积的基本方法。如让学生通过剪易拉罐商标纸的操作活动去发现圆柱的侧面积与展开后的长方形面积的关系;把圆柱分割、拼成近似长方体后,发现它的体积与长方体体积之间的联系;把等底等高的实心圆柱和圆锥放入同一个水槽中,从测水位上升情况来发现圆柱和圆锥体积的关系;用等底等高的圆柱形和圆锥形容器做装沙子的实验进一步验证它们的关系等。实践活动是帮助学生认识几何图形乃至客观事物不可或缺的重要手段,教学中要注意以下几点。

第一,创设恰当的情境,激发学生动手操作的心理需要。如在推导圆柱和圆锥体积计算公式之前,教师可创设具体的问题情境,让学生在不能直接计算圆柱、圆锥的体积的困惑中产生认知冲突,从而形成利用操作实验探索圆柱、圆锥体积的心理需要。

第二,关注学生在操作过程中的情感体验。教学中不仅要燃起学生强烈的操作欲望,带着明确的目的参与实践活动,而且还应特别关注学生在各个实践活动中的感受和体验。如在计算圆柱形物体的容积的课堂活动中,让学生通过测量相关数据和计算,感受到物体的容积的具体含义,体会体积和容积的区别,从而加深对物体体积和容积的理解。

第三,注意数学活动后的条理化和知识的提炼。由于小学生认知水平、数学活动经验以及思维的深刻性等因素的影响,对实践活动中所反映出的种种数学现象或规律不一定能全面理解。因此,教师要给予必要的帮助和引导,有意识地引领学生对操作活动中所发现的规律进行提炼和总结,以提高学生对知识的理解水平。如学生把等底等高的圆柱、圆锥分别放入同一水槽做实验后,就应引导他们对数学活动反思,对所看到的现象进行提炼和总结,让学生根据等量代换的思想去得出水上升部分的体积分别就是圆柱、圆锥的体积。

2.突出知识的内在联系,引导学生在练习中深化对圆柱和圆锥的认识。

圆柱和圆锥的体积计算方法具有紧密的联系,所以要加强圆柱和圆锥的这种紧密联系,使学生更好地理解和掌握圆柱和圆锥的知识。教学时要突出以下

联系:一是突出圆柱和长方体之间的联系。教学时可以充分利用转化的方法,把圆柱转化成一个近似的长方体,这样既可以使学生获得圆柱体积的计算方法,又加强了圆柱和长方体之间的本质联系,还能更好地掌握求柱体体积的基本方法——“底面积乘高”。二是要突出圆柱、圆锥之间的联系。圆柱的体积计算公式是圆锥体积计算公式推导的直接基础,在教学中可以抓住两者间的联系,利用圆柱体积计算公式推导出圆锥体积计算公式。

3.营造良好的学习氛围,加强学习方法的引导。

《标准》指出:“学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。认真听讲、积极思考、动手实践、自主探索、合作交流等,都是学习数学的重要方式。”教学中要高度重视学生学习方式的引导,特别倡导学生的自主探索与合作交流。一方面要放手让学生通过观察和操作等活动去经历自主探索图形特征、发现其中规律的过程。如让学生在求油桶表面积的过程中,探索得出做油桶需要多少铁皮就是求油桶表面积的结论等。在观察圆柱模型的活动中,探索发现任何圆柱的上、下两个底面都是两个大小完全相等的圆。另一方面要加强学生间的合作与交流,通过合作交流、相互启发和借鉴,更好地促进知识的掌握和技能的形成。本单元许多地方都强调学生的合作探究学习,在教学中要理解教科书的编写意图,积极地创设情境,激发学生参与其中的兴趣,让学生的操作、讨论、交流收到实效。首先要依据教科书要求创设能激起学生合作学习需要的情境,吸引学生主动采用合作交流的学习方式来完成学习任务。比如计算圆柱的体积时,让学生在小组学习中“做一做”“议一议”,共同去探索并交流求体积的办法。其次是学生的合作学习一定要与自主探索相结合,通过合作促进学生更好地进行自主探索。最后,要保证学生有合作交流的时间和空间,让学生的自主探索和合作交流能够落到实处。

教学数学文化“古老的几何”时,主要让学生了解几何学的产生与发展过程及其在社会发展中的重要作用,把对古今中外数学家的崇敬之情变为学习数学的动力,增强学生学好数学的自信心。



圆柱和圆锥



23

主题情境图呈现的是同学们观看“神舟五号”图片展,并自己动手制作“神舟五号”模型的情境。这既是学生生活的真实写照,又为后面学习圆柱、圆锥提供实物依据。显而易见,主题图的内容一方面为圆柱、圆锥两节教科书内容编写提供了现实的课程资源;另一方面也为后面圆柱、圆锥的学习,如何从生活中去发现常见物体的特征并从中抽象出相应的几何图形提供了学习线索,有助于培养学生的空间观念。

教学主题图时,可用多媒体或挂图出示主题图中两部分内容:一是“神舟五号”图片展;二是学生在动手制作“神舟五号”模型的活动。引导学生对这两部分内容仔细观察,发现图中展厅立柱、饮水机上的水桶等物体上反映圆柱、圆锥等几何图形。从实物中去发现并认出圆柱、圆锥对六年级学生来说并不太困难。教学时,教师可放手让学生去观察“神舟五号”的图片,从图片上的物体抽象出圆柱和圆锥,再从同学们的操作中初步区分圆柱与圆锥的外形特点,建立其图形的表象,了解圆柱和圆锥的特征。

本节建议4课时完成教学。第1课时:圆柱的认识(主题图和例1,课堂活动第1题,练习七第1题。);第2课时:圆柱的表面积(例2、例3,练习七第2~7题。);第3课时:圆柱的体积(例4,第29页课堂活动,练习八第1~4题。);第4课时:圆柱的体积练习(练习八第5~10题。)

教科书是按实物引入——抽象图形——认识特征——求表面积和体积的顺序编写的。遵循学生的认识规律,教科书先选取了生活中常见的一组圆柱形物体如易拉罐、日光灯管等,引导学生通过观察这些大小不同、形状各异的圆柱形实物中抽象出圆柱,并介绍圆柱各部分的名称,清楚直观。

★例1从操作中去发现圆柱上下两个底面是大小完全相同的两个圆,圆柱的侧面展开图是一个长方形等特点,帮助学生理解侧面积与表面积的异同。

同时,还利用转化的思想让学生自主探索圆柱体积怎样计算。这样编写一方面可以展现圆柱体积计算公式推导的思维过程,另一方面也对学生s的学习方法进行了有效的指导。教科书在本节内容的安排中,十分注重新旧知识间的联系,始终注意利用转化的思想把新知变成旧知,再根据旧知来学习新知。如展开圆柱的侧面(转化)得到长方形(旧知),再抓住圆柱侧面与长方形的联系解决侧面积(新知)的问题。这样编排,不仅有利于学生经历整个知识学习的过程,理解并掌握计算圆柱侧面积、表面积及体积、容积的基本方法,更重要的是能让学生在学习活动中感受到转化的数学思想方法。

圆柱的教学重点应是圆柱特征的认识和侧面积、体积计算公式的探索。教学时应通过圆柱特征的认识建立圆柱的图形表象,教学时一要引导学生充分借助对生活中常见的圆柱形物体的观察,逐一抽象出圆柱的几何特征;二要认识圆柱各部分名称,建立高的概念;三是通过动手操作去发现圆柱的上下底面都是圆,而且是两个大小完全相等的圆。圆柱特征的认识是后面继续学习侧面积、体积、容积的基础,这一认识过程对每位学生来说都十分重要。



从上面的操作中,你发现了什么?

圆柱的侧面沿高展开后是长方形。

这个长方形的长与圆柱的底面周长相等,宽与圆柱的高相等。

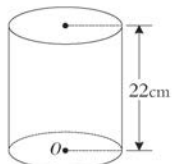
根据长方形面积计算公式,可以知道圆柱侧面积的计算方法。



圆柱的侧面积=底面周长×高

想一想 如果知道圆柱的底面半径和高,怎样求圆柱的侧面积?

例2 圆柱的底面周长是62.8cm,求它的侧面积。



$$62.8 \times 22 = \underline{\hspace{2cm}} (\text{cm}^2)$$

答:圆柱的侧面积是() cm^2 。

例3 一个圆柱形油桶高6dm,底面直径4dm。做这个油桶至少需要多少平方分米的铁皮?(接头损耗忽略不计。)

求做油桶需要多少平方分米铁皮,就是求油桶的表面积。



先算油桶的侧面积,再加上它的两个底面积。



油桶的侧面积: $3.14 \times 4 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

油桶两个底的面积: $3.14 \times (\frac{4}{2})^2 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

油桶的表面积: $\underline{\hspace{2cm}}$

答:



教学例1时,可按教科书所呈现的几个步骤进行:一是让学生看着实物先猜想圆柱的侧面展开是什么形状;二是沿高(或其他方法)剪下并展开圆柱的侧面加以认识;三是探索圆柱的侧面展开图与长方形之间的联系,从而探索推导圆柱侧面积公式。

教师注意引导学生把观察的着力点放在这个圆柱侧面展开图与长方形的联系上,指导学生在观察、讨论的基础上,由长方形的面积公式推导出圆柱侧面积公式。

★例2是侧面积计算。在例1推导出侧面积公式以后,可以引导学生自主完成。

★例3是表面积的实际应用,教学时,可以按照教科书提示的对话框,先组织学生思考和讨论“至少需要的铁皮与表面积的关系”,然后思考表面积如何计算。可以给空间,让学生自主探索表面积计算公式后完成。

★课堂活动安排了两个题。其中第1题是为了培养学生的空间想象能力和巩固圆柱特征的知识,由学生独立完成小组内交流。

★第2题让学生在测量和计算的活动中更好地理解计算与测量数据间的关系,学会根据计算的需要选择合适的测量方法,进一步加深学生对所学知识的理解与把握。

教学时要注意突出其活动性。可让学生独立活动或小组活动进行测量和计算。如果学生有一定困难,教师可参与其中,指导学生逐步完成课堂活动。第(2)题对应测量圆柱哪个部分的长度并未作具体的规定,给学生选择的空较大,只要学生测量的方法和数据是正确的,都应予以鼓励。

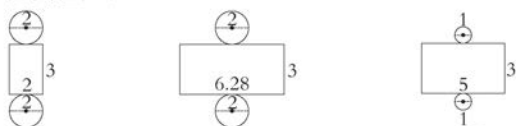
练习七共有7个习题和1个思考题。主要是围绕圆柱侧面积、表面积公式的应用展开编写的。

★第1题是为了巩固对圆柱特征的认识,建议由学生在小组内完成,并用圆柱的特征来判断哪些是圆柱,并说明理由。

★第2题学生完成后,可引导学生进行比较,找出圆柱侧面积与表面积的区别与联系,在此基础上给予适当的总结。

课 堂 活 动

1. 说一说:下面哪幅图是圆柱的展开图?从展开图上找到圆柱的侧面和底面。
(图中单位:cm)



2. 测量并计算。
(1) 测量圆柱形物体的相关数据,并计算它的表面积。
(2) 和同学交流测量的方法和表面积的计算法。



练 习 七

1. 下面哪些是圆柱?在括号里画“√”。



2. 计算,并填表。

	侧面积	表面积

第3,4,5,6题是用所学知识在生活中的应用。

★第3题根据侧面积计算公式直接计算铺花岗石的面积。根据圆面积计算公式计算底面面积。

★第4题先要学生思考通风管的特征,即通风管不可能有底,因此只需计算圆柱的侧面积。

★第5题先要求学生思考蓄水池的特征,即蓄水池抹水泥部分是侧面积加上一个底面积。这些在成年人看来是简单的问题,但对缺乏生活经验的小学生来讲,理解和区分清楚是有一定困难的。教学时,可采取教具演示、实物观察或实地了解等方法帮助学生获得感性认识,尽量减少学生因生活经验不足而造成的判断失误。也可以采取让学生在做题前先议一议的方法使学生受到启发。

★第6题先要学生明确灯笼的特点,可指导学生认真看图,借助直观图解决问题。需要特别注意的是:让学生自主去发现这个模型的表面积由哪几部分组成,并提醒学生认真观察,不能多算或少算某一部分的面积。

★第7题是计算侧面展开图为正方形的圆柱的表面积。先引导学生思考计算表面积需要知道哪些条件,然后思考如何计算出圆柱的底面积,再计算侧面积,最后计算表面积。

★思考题是计算模型的表面积,先引导学生观察模型的特点,思考模型的表面积有哪些图形构成,如何获得侧面积和上下底面积。

3. 龙珠小区有一个直径3m,高0.8m的圆柱形花坛。
(1)花坛的侧面铺花岗石,需要铺花岗石多少平方米?
(2)这个花坛占地多少平方米?

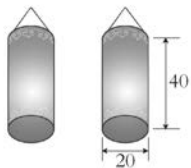
4. 张师傅用白铁皮做10节圆柱形通风管,至少要用多少平方米的白铁皮?(接头损耗忽略不计。)

每节通风管的直径是0.2米,长1米。



5. 挖一个深1.5m,底面直径6m的圆柱形蓄水池。要在池的底面和池壁上抹水泥,抹水泥部分的面积是多少平方米?

6. 灯笼的侧面和下底都粘红绸,做这对灯笼至少要用红绸多少平方厘米?(图中单位:cm)



7. 一个圆柱的侧面沿高展开后是一个边长15.7cm的正方形。这个圆柱的表面积是多少平方厘米?



右图模型是圆柱的一半,计算它的表面积。
(图中单位:cm)



做一做,议一议:怎样计算圆柱的体积?



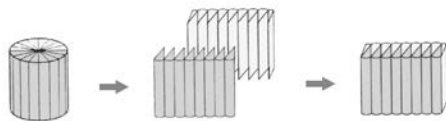
教科书对圆柱体积计算公式的编写,突出学生的合作交流和自主探索。采用对话的形式,启发学生之间的讨论。讨论的思路是将圆面积的推导过程类比到圆柱体积的推导过程中,从长方体的体积计算公式类比到圆柱体积的计算公式,是学生合情推理能力培养的重要方面。

教学圆柱体积计算公式时,可以组织学生用小组合作的方式进行圆柱体积计算方法的探索,让学生在充分动手分、拼圆柱学具的基础上,再进行演示和交流。也可先引导学生设法把圆柱转变为长方体,利用长方体的体积计算公式推导出圆柱的体积计算公式。怎样计算圆柱的体积是讨论的重点,教学时要让学生全面经历圆柱体积计算公式的探索过程。

“试一试”是圆柱体积计算公式的直接应用。

★例4是知道圆柱底面周长和高计算圆柱的体积。教学时,可以采用教科书提供的情境图,直接计算底面半径并求出体积。

分一分,拼一拼:



长方体的体积=底面积×高

圆柱的体积=_____

如果用 V 表示圆柱的体积, S 表示圆柱的底面积, h 表示圆柱的高,你能用字母表示圆柱的体积计算公式吗?

$V=$ _____

嘿,这个圆柱变成近似的长方体了!



试一试 圆柱的底面积是 28.6cm^2 ,高 15cm ,求圆柱的体积。

例4 这个圆柱的体积是多少立方厘米?



圆柱的底面半径: $\frac{31.4}{2 \times 3.14} = 5(\text{cm})$

圆柱的体积: _____

答: _____

课 堂 活 动

找一个圆柱形容器,测量相关数据并计算,再把结果填入表中。

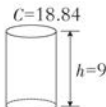
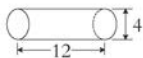
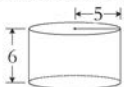


数据	容积
底面直径	
底面半径	
底面周长	
高	

议一议:求容积与求体积有哪些异同?

练 习 八

1. 计算体积。(图中单位:cm)



2. 判断。(正确的在括号里画“√”,错误的画“×”。)

(1) 计算圆柱形油桶能装多少升油就是求这个油桶的容积。 ()

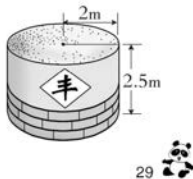
(2) 圆柱底面直径扩大到原来的2倍,高不变,它的体积也扩大到原来的2倍。 ()

(3) 圆柱的底面周长和高相等时,它的侧面沿高展开后一定是正方形。 ()

3. 一个圆柱形玻璃杯,从里面量直径是6cm,深10cm。小萌每天喝这样一杯牛奶,有250mL吗?

4. 一种圆柱形立式电热水器的内胆直径8dm,高16dm。这种电热水器的容积是多少升?

5. 一个圆柱形粮囤,从里面量得它的数据如右图所示,按每立方米稻谷重550kg计算,这个粮囤能装稻谷约多少吨?



29

★课堂活动的编写意图是突出学生动手实践的能力,测量并算出圆柱形容器的容积。条件和结果都开放,选择的圆柱形容器可以多样。

教学时可在学生交流的过程中追问学生是怎样测量容器的相关数据的,为什么要从容器的里面去测量数据,了解学生对容积这一概念的理解和掌握情况。对学生的发现,教师都应及时给予充分的肯定,让学生在活动过程中获得成功的体验,从而增强学生学好数学的自信心。

练习八共有10道习题和1道思考题。主要是关于圆柱体积、容积的计算及其应用的练习。

★第1题为了巩固圆柱的体积计算公式,由学生独立完成后相互交流。

★第2题是判断题,要求学生在判断时说明理由。

★第3,4,5题都是求容积,由于给的条件不同,所以解决的方法就有所不同,

且第5题还多一个质量单位的转化问题。在教学这些细小的方面时,教师要注意对学生作必要的提示,培养学生严谨的科学态度和细致认真的良好习惯。

★第6题第(1)题直接计算,引导学生需要注意的是圆柱形“无盖”容器。第(2)题可组织学生议一议怎样解答,让学生明白水的深度实际上就是所求圆柱的高,根据圆柱体积公式可推出所装水的量。

★第7题由学生自主完成后,可引导学生进行比较,找出圆柱表面积和体积的区别与联系。

★第8题要让学生理解“混凝土在管道内的流速为每分35m”这个条件。如果学生有一定困难,教师可采取画图、演示等直观方法来排除他们理解上的障碍。

★第9题是一个综合性问题,先引导学生明白削去部分的体积是原正方体的体积减去圆柱体的体积的剩余部分。所以,先要计算削去后最大圆柱体的体积,然后再计算削去部分的体积。

★第10题是一道综合题,教师要指导学生弄清楚:(1)这根钢管的底面是什么形状?(2)圆环形的面积怎样求?(3)求这根钢管的体积,可以采用哪些方法?必要时可以引导学生对本题的解题方法展开讨论,在交流的过程中获得解决问题的多种途径。

★思考题可以让学生思考:当拿走一个盒子后,减少的表面积是哪些部分? 314cm^2 实际是圆柱形盒子哪一部分的表面积?求体积要用底面积乘高,怎样才能找到高?

思考题考察学生的空间观念,如果学生有困难,可以让学生具体操作和观察后再进行计算。

6. 一个圆柱形无盖玻璃容器的底面半径是10cm,高是30cm。

(1)做这样一个容器至少要玻璃多少平方厘米?

(2)如果这个容器装的水深25cm,那么它装水多少毫升?

7. 计算并填表。

图形		表面积	体积
	底面半径5cm 高5cm		
	棱长3dm		
	底面直径4cm 高15cm		

8. 建筑工地输送混凝土的圆柱形管道内直径为10cm,混凝土在管道内的流速为每分35m。

一车混凝土有 7m^3 ,多少分才能全部输送完?

(用计算器计算,得数保留一位小数。)



9. 削去部分的体积是多少立方厘米?

这个正方体木材的棱长是9厘米,要把它削成一个最大的圆柱体。



10. 一根圆柱形钢管长4m,每立方厘米钢重7.8g,这根钢管重多少千克?



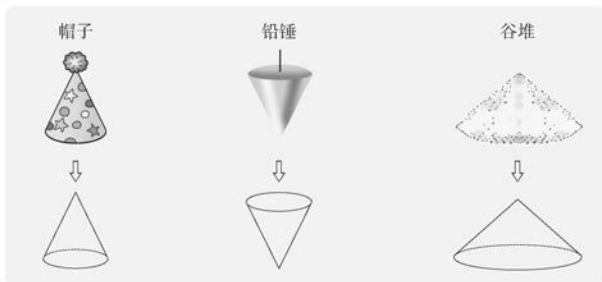
把3个高相等,底面半径都是10cm的圆柱形盒子叠放在一起(如图),如果拿走1个盒子,表面积就要减少 314cm^2 。每个盒子的体积是多少立方厘米?



圆锥的内容主要包括认识圆锥的特征、探索圆锥体积公式、应用圆锥体积公式解决生活中的实际问题等。本节建议用3个课时完成教学。第1课时:圆锥的认识(例1,课堂活动第1题。);第2课时:圆锥的体积(一)(例2、例3,课堂活动第2题,练习九第1~5题。);第3课时:圆锥的体积(二)(例4,练习九第6~10题。)

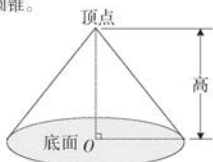


观察下面的物体。



上面这些图形都是圆锥。

1 认识圆锥。



从圆锥的顶点到底面圆心的距离叫做圆锥的高。



说一说 你还看到过哪些圆锥形的物体?

指出下面图中的圆锥。



31

与圆柱一节的编写相同,教科书仍然是按实物引入——抽象图形、认识特征——探索体积公式——解决实际问题的顺序编写的。首先,教科书选取了生活中常见的帽子、铅锤、谷堆3个实物图,引导学生认真观察并从几个大小不同的实物中抽象出它们的几何图形——圆锥。教科书特别重视学生对圆锥高的理解,用教师的语言介绍圆锥高的定义,其目的就在于引起学生的注意,让学生更好地理解圆锥的高的意义。

★教学例1时可采用与认识圆柱相同的方法,即引导学生借助对生活中常见圆锥形物体——帽子、铅锤、谷堆等的观察,逐一抽象出圆锥的几何特征,在此基础上认识圆锥各部分名称,建立高的概念,同时还要把圆锥的高和圆柱的高进行比较,从中发现它们的异同。

“说一说”是在学生建立起圆锥的表象以后,教师要引导学生通过找生活中的圆锥形物体和指出几何图形中的圆锥等方式加强学生对圆锥的认识。

★例2是对于圆锥体积计算公式的推导,教科书采用实验方法推导圆锥的体积计算公式。

首先,提出“圆锥体积也等于底面积乘高”的猜想,接着进行实验:把等底等高的实心圆柱和实心圆锥分别没入同一个水槽的水中,再分别记录实心圆柱和实心圆锥没入水中后水位上升的厘米数。利用水槽中水上升部分的体积与圆柱、圆锥体积的关系,让学生发现圆锥没入水中后,水位上升的高度只有圆柱没入水中时水位上升高度的 $\frac{1}{3}$ 。通过这一探索活动,引导学生由圆柱体积公式推导圆锥体积计算公式: $V=\frac{1}{3}Sh$ 。

探索圆锥体积计算公式时,要特别重视学生的实验操作,教师要加强对学生实验的指导,引导学生就实验的圆柱、圆锥是否等底等高;水槽中水的高度原来是多少厘米;实心圆锥、圆柱分别完全没入水中后,水位各上升了多少厘米等问题展开讨论。在讨论的基础上根据水槽中的水两次不同的上升高度,去发现等底等高的圆锥和圆柱的体积之间的关系,从而由圆柱的体积公式推导出圆锥的体积公式。

★例3、例4是根据不同的条件去求圆锥体积的实际问题。教学例3时,可先让学生自己说一说铅锤是什么形状,怎样计算它的体积,然后独立地运用圆锥体积公式计算出铅锤的体积。

2 怎样计算圆锥的体积呢?

圆柱的体积等于底面积乘高,圆锥的体积也等于底面积乘高吗?

不知道!我们可以通过实验进行探索。

把等底等高的实心圆柱和圆锥分别没入这个水槽中,看水槽里的水位各升高了多少……



- 填一填 (1)把实心圆锥没入水中后,水位上升了()cm。
(2)把实心圆柱没入水中后,水位上升了()cm。

议一议 通过实验,你发现了什么?

圆柱、圆锥分别没入水中后,水上升部分的体积就是它们的体积。

圆柱没入水中后,水位上升的高度,是圆锥没入水中后水位上升高度的3倍,这说明……



圆锥的体积= $\frac{1}{3}$ ×底面积×高

用字母表示圆锥的体积公式: $V=\frac{1}{3}Sh$

3 一个铅锤高6cm,底面半径4cm。这个铅锤的体积是多少立方厘米?

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4^2 \times 6 \\ &= 3.14 \times 4^2 \times 2 \\ &= \end{aligned}$$

答:

先求铅锤的底面积
用 3.14×4^2 。



4 一次运走这堆煤,需要多少辆车?(1m³煤重1.4吨。)



$$\begin{aligned} \text{煤堆的底面半径: } 18.84 \div (2 \times 3.14) &= 18.84 \div 6.28 \\ &= 3(\text{m}) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{煤堆的体积: } \frac{1}{3} \times 3.14 \times 3^2 \times 1.8 &= 28.26 \times 0.6 \\ &= 16.956(\text{m}^3) \end{aligned}$$

$$\text{需要车的辆数: } 1.4 \times 16.956 \div 5 \approx 5(\text{辆})$$

答:需要5辆车。

课 堂 活 动

1. 测一个圆锥形物体的高,并和同学交流测量的方法。



2. 用等底等高的圆柱形和圆锥形容器做实验。



从上面的实验中,你发现了什么?



★例4知道煤堆底面周长和高,求煤堆体积。没直接告诉圆锥的底面积,要通过周长去求得,这有利于学生灵活运用圆锥体积公式进行计算。不仅如此,例4还在求出煤堆体积的基础上,增加“用载重5吨的车一次运完这堆煤,需要多少辆车”的问题,既增强了问题的现实性,又有利于学生综合运用所学知识解决实际问题。教学例4时,首先让学生看图以增强现实感,了解这样的煤堆是一个近似的圆锥。

★本节课堂活动还安排了两个题。第1题是测量圆锥形物体的高,特别突出测量方法,意在增强学生的动手实践能力。第2题用等底等高的圆柱形、圆锥形容器做装沙实验,本题要求学生在已得出圆锥体积计算公式的基础上,沙子装满圆锥形容器后,倒入与它等底等高的圆柱形容器,清楚地看到的确要倒3次才能把圆柱形容器装满。这一结果一方面从另一个角度再次验证了前面的圆锥体积公式,另一方面通过实验进一步加深学生对圆锥体积公式的理解。同时,还有利于培养学生的合作精神和实践能力。然后再组织学生在小组内进行讨论和交流,尽可能

能让每个学生都说说自己从实验中发现了什么。最后推出各组代表在全班交流自己小组做实验后得到的结论。教师要认真倾听学生的讨论和交流,关注他们在实验中的发现,对所有的表述都给予充分肯定,使学生从中获得成功的体验,以增强其学好数学的自信心。

练习九共有10个习题和1个思考题。主要是围绕应用圆锥体积计算公式而设计的。

★第1题是采用判断正误的方式让学生巩固有关圆柱和圆锥的一些基础知识。教学第(3)题时可启发学生想一想,怎样说才对。若学生说出削去部分的体积是圆柱体积的 $\frac{2}{3}$ 时,教师可以让学生说明为什么,从中让学生明确把一个圆柱削成最大的圆锥,这个最大的圆锥一定与圆柱等底等高。

★第2,3题均是运用体积计算公式的练习,不同之处在于第2题是求圆锥的体积,第3题是求圆锥的容积。第2题可让学生在计算完3个图形的体积后,比较一下3个图形在计算中的区别,得出同样要算底面积,由于条件(一个是半径,另两个是直径或周长)不同,所以在算法上就有区别。

★第4题第(2)题是关于由圆锥的底(或高)的变化引起它的体积变化的问题,既有利于学生加深对圆锥特征和体积的计算方法的理解,又有利于培养学生思维的灵活性。第(3)题第1空可应用积的变化规律:一个因数不变,另一个因数扩大到原来的几倍,积也扩大到原来的几倍。第2空则要引导学生去认真辨析底面积扩大到原来的2倍与底面半径扩大到原来的2倍的区别,最好能让学生通过具体的计算加以区别。

练习九

1. 判断。(正确的在括号里画“√”,错误的画“×”。)

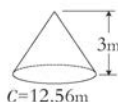
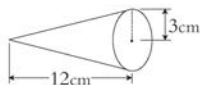
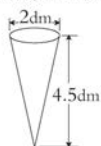
(1)从圆锥顶点到底面圆心的距离是圆锥的高。 ()

(2)圆锥的体积等于圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。 ()

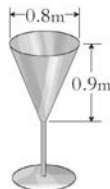
(3)把一个圆柱削成最大的圆锥,削去部分的体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。 ()

(4)一个圆锥的体积是 2dm^3 ,和它等底等高的圆柱的体积是 6dm^3 。 ()

2. 计算下面圆锥的体积。



3. 计算下面这个杯子的容积。



4. 算一算,填一填。

(1)一个圆柱的体积是 $\frac{4}{9}\text{m}^3$,与它等底等高的圆锥的体积是() m^3 。

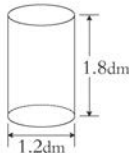
(2)一个圆锥的体积是 1.8dm^3 ,与它等底等高的圆柱的体积是() dm^3 。

(3)圆锥的底面积不变,高扩大到原来的2倍,它的体积扩大到原来的()倍;
如果高不变,底面半径扩大到原来的2倍,它的体积扩大到原来的()倍。

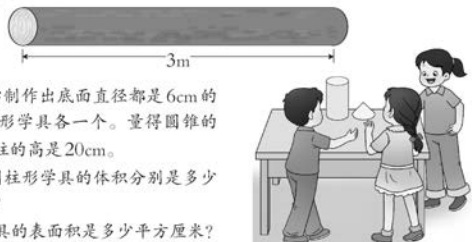
5. 工地上有一近似圆锥形的沙堆,量得它的高是1.5m,底面直径是4m。这堆沙的体积是多少立方米?

6. 把底面半径是3cm,高是2cm的圆柱形钢件熔铸成一个底面积是 31.4cm^2 的圆锥形零件。这个圆锥形零件的高是多少厘米?

7. 陈叔叔要把一截圆柱形材料(如图)削成一个最大的圆锥形模型,这个圆锥形模型的体积是多少立方分米?



8. 一根圆柱形木材(如下图),横截面半径是20cm。如果 1m^3 木材重800kg,这根木材重多少千克?



9. 科技小组同学制作出底面直径都是6cm的圆锥形、圆柱形学具各一个。量得圆锥的高是4cm,圆柱的高是20cm。

(1)圆锥形、圆柱形学具的体积分别是多少立方厘米?

(2)圆柱形学具的表面积是多少平方厘米?

10. 在一个高是3dm,底面半径是2dm的圆锥形容器里装满沙子,再将这沙子全部倒入一个圆柱形容器内,刚好装了圆柱形容器的 $\frac{2}{7}$ 。这个圆柱形容器的容积是多少立方分米?



靠墙角的这堆麦麸的体积大约是多少立方米?



35

★第5~10题是综合应用圆柱、圆锥体积计算公式的练习。

★第6题是物体变形后,知道圆锥的体积和底面积,求高是多少的问题,是公式的逆用。教学时抓住重点,铸成的圆锥形零件的体积=圆柱形钢件的体积,建议学生找到相等关系后,用方程去解决问题。

★第7题解题思路与第1题第(3)题的类似。

★第8题是运用圆柱体积公式求木材体积后,再计算其质量。

★第10题将圆柱、圆锥体积计算和分数问题综合在一起,主要是培养学生综合运用数学知识解决问题的意识和能力。重点让学生明白“圆锥的容积只有圆柱的 $\frac{2}{7}$ ”的含义。

★思考题是圆锥体积计算公式在生活中的实际应用,问题既有很强的现实性,又有一定的思考性。这类题的练习,有助于学生对圆锥体积计算公式的灵活运用,能促进学生数学应用意识和解决实际问题能力的发展。教学时,先让学生明白麦麸堆是一个圆锥的 $\frac{1}{4}$,然后运用圆锥体积计算公式进行计算。必要时可让学生课外做在墙角堆沙的实验,让他们在操作中探索问题解决的办法。由于本题是思考题,教学时不要求全体学生都完成,只供学有余力的学生选做。

整理与复习包括全单元知识整理、练习十两部分。建议用2课时完成教学。
第1课时:整理与复习(一)(整理与复习,练习十第1~4题。);第2课时:整理与复习(二)(练习十第5~9题。)

关于知识的整理,教科书设计了两组内容:一是以回忆、交流和总结圆柱、圆锥特征为主要内容的讨论、交流活动;二是有关圆柱表面积、圆柱和圆锥体积的计算,教科书以两组具体的计算题为线索进行安排。

教学时,一要注意引导学生通过独立回忆和小组交流相结合的形式对本单元所学知识进行梳理;二要引导学生从总体上了解本单元认识的圆柱、圆锥各自的特征,以及如何计算圆柱表面积和圆柱、圆锥体积(容积)等内容。教科书的“说一说”仅提供一个整理知识的线索,教学时可以结合学生的实际,让他们独立回忆,也可以让学生分组进行整理。“算一算”可由学生独立算出结果,在此基础上让学生交流自己的算法以及为什么要这样算。

练习十共有9个习题和1个思考题。主要是围绕圆柱表面积和圆锥、圆柱体积(容积)计算来安排的。

★第1,2题是根据给定的条件直接运用长方体、圆柱表面积和体积、圆锥体积(容积)计算公式进行计算,提高其掌握水平。

★教学第2题时,教师可有意识地引导学生将求表面积和体积的两种算法进行对比,让学生在对比中更深刻地认识到求表面积与求体积的区别。

★第3题是一道综合运用容积、百分数和平均数等知识解决的实际问题,有利于培养学生综合应用所学数学知识解决问题的意识和能力。

★第4题先要学生明白地基的特点,然后根据体积的计算公式完成。

整理与复习

说一说 圆柱、圆锥各有什么特点?



圆柱有一个侧面和两个完全相同的底面。

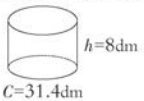


圆锥……



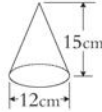
圆柱的侧面沿高展开后是一个长方形。

算一算 (1)计算圆柱的表面积和体积。

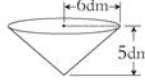


$h=8\text{dm}$
 $C=31.4\text{dm}$

(2)计算圆锥的体积。



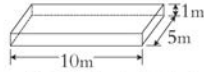
12cm
 15cm



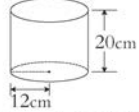
6dm
 5dm

练习十

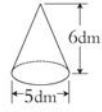
- 计算体积。



10m
 5m
 1m



12cm
 20cm

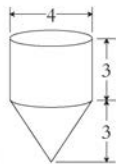


5dm
 6dm

- 一个圆柱的底面半径是3cm,高是20cm。这个圆柱的表面积是多少平方厘米?它的体积是多少立方厘米?
- 一个水壶装有900mL水,倒出壶中40%的水,刚好装满容积相同的6个小杯。每个小杯装水多少毫升?
- 滨城小学修建综合楼,要在深4m,直径0.8m的圆柱形地基孔中浇灌混凝土。16个这样的地基孔共需浇灌混凝土多少立方米?

5. 有关资料显示,每人每日正常饮水量约为1L。小红的水杯是圆柱形的,它的内直径是4cm,深是10cm,她每天需要喝几杯水?(得数保留整数。)

6. 计算这个陀螺的体积。(图中单位:cm)



7. 压路机前轮转动一周,可以压路多少平方米?如果平均每分前进50m,这台压路机1时能压路多少平方米?



这台压路机前轮直径1.2米,宽1.8米。



8. 一个棱长4cm的正方体与一个圆锥的体积相等。已知圆锥的高是6cm,圆锥的底面积是多少平方厘米?

9. 游乐中心内一个长方形儿童游泳池,长25m,宽12.56m,深1.2m。如果用直径20cm的进水管向游泳池里注水,水流速度按每分100m计算,注满一池水要多长时间?



算一算:包装这根柱子的侧面需用铝塑板多少平方米?

这根柱子的底面直径是1.8米。



37



★第5题可让学生独立解答,有关单位换算的问题可引导学生进行交流。教学时教师可以就本题的内容让学生了解卫生健康方面的常识,知道人每天的正常饮水量,知道1L水大约是多少,让学生养成正常饮水的习惯。

★第6题实际上是计算圆柱和圆锥组合图形的体积。教学时可充分利用图中的陀螺或实物让学生直观感知其形状特点,知道陀螺是由圆柱和圆锥两部分组成的,体积的计算完全可以由学生独立完成。

★第7题,教学时教师可以充分利用情境图,引导学生想象并讨论压路机的前轮滚动1周压出的路面是什么形状,这个形状与压路机的前轮有什么关系,让学生在边看图、边讨论的过程中明白:压路机的前轮是个圆柱,滚动1周压出的路面是一个长方形,这个长方形的面积等于压路机前轮的侧面积。

★第8题是一个等积变换的问题。解决问题时要运用圆锥体积计算公式,本题有利于培养学生的逆向思维能力和灵活运用圆锥体积计算公式解决问题的能力。教学时,可先鼓励学生

选择自己认为比较好的方法去解答,再让学生介绍自己的解题方法。

★第9题解题步骤比较复杂,需要先算出水池的容积,再算从水管里1分流出的水的体积,最后计算多长时间能将水池注满。教学时,着重帮助学生理解每分流出的水的体积就是直径24cm,长100m的圆柱形水管内所装水的体积。

★思考题是现实生活中的一个真实问题。安排这样的问题,既有利于学生灵活运用圆柱侧面积公式解决问题,又能帮助学生更好地体会圆柱侧面积计算公式在现实生活中的广泛运用,感受其应用价值。

数学文化“古老的几何”非常简要地介绍了几何学的产生与发展过程,其中重点介绍了我国古代几何研究的成果,同时也简单介绍了欧几里德《几何原本》的影响。这一数学文化对于拓宽学生的视野,对学生进行爱祖国、爱科学的教育都具有重要的作用。

教学时可先让学生阅读教科书上的内容,再组织学生讨论、交流自己的体会。必要时教师可以给学生补充一些相关的阅读材料,以拓宽学生的视野,丰富学生对于几何发展史的了解。



古老的几何



① 早在6000年前,我国已经能够绘制初等平面几何中的大多数图形。如西安半坡出土的彩陶上面的几何图案有平行线、三角形、菱形、圆、长方形等。公元前1世纪,我国古代数学著作《周髀算经》已归纳出直角三角形中“勾三股四弦五”的数学结论。稍后问世的《九章算术》总结了许多关于面积和体积的计算方法。

② 相传4000年前,古埃及的尼罗河经常洪水泛滥,农田被冲毁后需要重新丈量。人们在反复丈量土地的过程中,积累了几何的初步知识。



③ 2000多年前,古希腊数学家欧几里德写成的《几何原本》是世界上最著名,流传得最广的数学著作,它采用公理化思想方法,系统地总结了前人积累的几何知识。后来,《几何原本》一直是学习几何的主要材料,它的公理化思想还渗透到法律、心理学等领域。17世纪,《几何原本》传入我国。我们现在学习的“三角形内角和为 180° ”“三角形任意两边之和大于第三边”都是《几何原本》里的定理。



链接活动

找一找,身边的建筑、绘画、服饰等用到了哪些几何知识。