

# 五 方程



## (一)单元教学目标

1. 在具体情境中能用字母表示数。结合简单的实际情境,了解等量关系,并能用字母表示。
2. 认识等式和方程,理解等式的性质和方程的解法。初步学会根据字母的取值求含有字母的式子的值,比较熟练地解答含有一个或两个未知数的方程。
3. 研究简单的情境关系和数形联系,明确含字母的式子、等量及等量关系的意义。建构含字母的式子、等式和方程的数学模型,探究等式的特性和方程的特点。
4. 感受用字母表示数和构建方程在生活中的应用价值,强化应用意识,培养分析能力和归纳概括能力。
5. 学会按事件发生的基本顺序进行数量关系提取和思维模型的加工,将生活事理关系与数学逻辑思维有机地结合。
6. 用方程的基本思想解决简单的实际问题。
7. 体会方程在数学史和人类发展史上的意义,进一步增强热爱数学的热情。



## (二)单元内容分析

本单元的教学内容包括用字母表示数和数量关系、等式及其性质、方程及其解法、用方程解决简单的实际问题,设计了用“字母表示数”“等式”“认识方程”“解方程”“问题解决”和“整理与复习”6个小节。

从学生学习过程来看,在小学阶段整数、小数、分数的认识、四则运算(分数乘除法除外),已经全部学完,学生的数与代数的知识和经验已经积累到相当的程度,需要对更高一级的数学知识和数学思想进行学习。

作为数学上具有重要意义的方程,对小学生来讲是相对陌生的。因为方程的数学思想和解决问题的思维方式与算术解法是不同的,它把学生习惯的由条件到问题建立数量关系解决问题的思路淡化,取而代之的是按事物发生发展的自然顺序构建数量关系,其核心思想是等量关系的建构。

本教科书基于以上认识,按照《标准》的基本理念,同时考虑到二、三学段学

生学习衔接的需要,我们着重从以下几方面加以设计。

### 1. 突破方程的传统设计

方程在小学阶段的学习,由于小学生的认识范围有限,传统的教科书都采用四则运算的基本关系和几种常见问题解决的数量关系作为解题方法的基础和列方程解决问题的基础。这种处理方法,学生能够很好地掌握和运用。但是这样编写不利于小学和初中的衔接。因为这样编写方程内容从解答依据到列方程的思路均与中学的教科书内容不一致,学生到初中还要重新学习解方程和列方程的知识和技能。本教科书采用《标准》的理念,突破传统方式,既遵循四则计算的意义列、解方程,适应小学生的认知基础,又学习等式及等式的性质,再学习方程与方程的解法,为第三学段的方程学习打好基础。

### 2. 突出方程的生活背景

方程思想在现实中是普遍的,但却难以直接与学生的生活联系起来,因为人们习惯于运用已知条件构建数学模型。而方程思想不是从局部入手思考问题的,而是从宏观角度把整个事件的存在因素综合考虑的,找出各因素之间存在的等量关系,构建数学模型。

本单元主题图采用现实生活素材,让学生通过对现实问题的分析,找出其中的数量关系,把数学学习与生活联系起来,感受方程的意义。

### 3. 突出方程的核心思想

方程的核心思想就是构建等量关系的数学模型。方程是数学模型思想在小学数学的主要内容表现:

(1)找出已知数间的数量关系、建立等式。如第77页例1,大巴车的人数、中巴车的人数与总数的关系是一个学生熟悉的而且又很好理解的等量关系模型。

(2)寻求未知数和已知数间的数量关系,建立方程。如第81页例1,叔叔挑着的东西,无论每个物体有多重,其基本事实是:担子两边物体的质量相等。

(3)分析简单问题中的数量关系,设未知数,列方程解决问题。第86~88页,4个例题均是从具体的现实问题中,分析问题的数量关系,通过方程方法解决问题。

### 4. 突现方程的应用地位

本教科书通过生活实例引入方程和运用方程,让学生从情境到数学模型上更加体会到数学的应用价值。特别是乘车、唐卡艺术、青藏铁路、商品买卖、植树育林、退耕还草和野生动物保护等多层面、多角度、多行业的实例呈现,显示出方程运用的巨大空间,让学生明白方程在解决现实问题中的作用,进一步深入理解方程的意义。



### (三)单元教学建议

由于本单元涉及的数学思想和解决问题的思维方式对小学生来讲是相对陌生的,因此教学中必须注意以下几个方面:

#### 1. 重视生活背景的呈现

本单元学生主要是通过生活事件构建等量关系,因此课堂上教学素材的呈现十分重要。比如:学习用字母表示数时,通过发现儿歌中青蛙只数与腿的数量关系、两个小孩年龄中存在的数量关系,唤起学生对用字母表示数的理解。在他们熟悉的情境中,他们深切地感到,生活中有时需要用符号——字母来表示数。

#### 2. 加强学习过程的指导

学生的学习过程中,既有方法和技能的习得,还有学习情感的体验和学习习惯的养成。比如:等式性质的探讨,应由学生亲自动手探究。由于天平实验要求精度高,教师先要在课前组织学生熟悉天平的构造,没有天平的学校要准备好替代品。注意学生的操作是在教师指导下完成的。

#### 3. 强调数学模型的构建

教师要非常重视每一个学生对所学习的数学模型知识的认识,在学生讨论交流的叙述形成以后,教师要视其情况给予归纳和小结,强调其关键意思和关键字。在学习“用字母表示数”时,要让学生时时叙述使用该字母的缘由和表示的意义,同时让学生清楚含字母的式子不仅表示几个数之间的运算关系,也表示几个数的运算结果。学习“等式”和等式性质,要让学生交流等式构建的原理。在“认识方程”“解方程”的学习时,教师突出解方程过程的每一步方程与上一步方程是等价的。在学习“问题解决”小节,教科书呈现了用方程解决问题的基本要素:分析数量关系——设未知数——找等量关系——列出方程——解方程。教师要注意找等量和列方程等关键环节的教学。

#### 4. 尊重学生探究的差异和创造

方程的学习与其他知识的学习一样,一定会遇到两极分化或发展不平衡的现象。特别是在探究等式的性质时,教师要非常细心地观察各组学生的表现和他们获得的结论,只要他们基本获得需要的数学思想和结论,就应该给予充分的肯定。在问题解决的过程中,学生一定会提出不同的方案,包括错误的方案。教师应本着求同存异的思想,允许不同的想法存在,同时鼓励学生对多种方法进行比较,寻求大家都能理解的方法和各自独特的方法,甚至去比较算术解法与方程解法的异同。

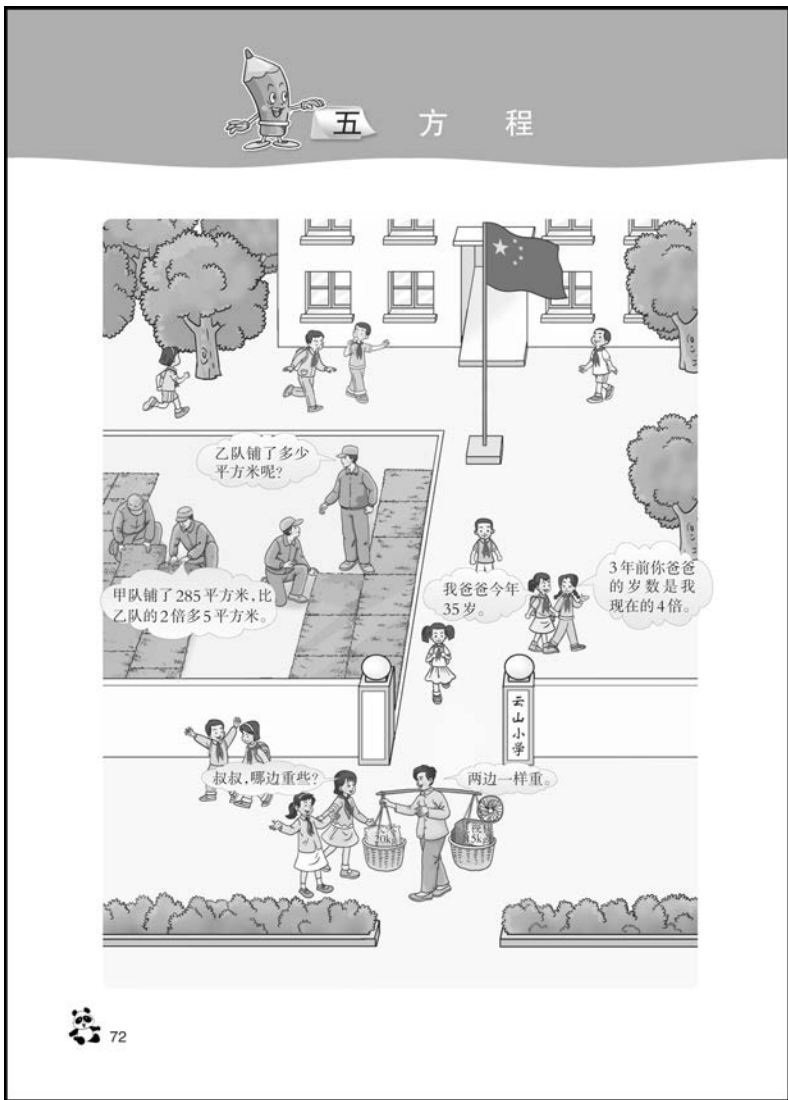
第1节“用字母表示数”在学生已经掌握了一定的算术知识(如整数、小数的四则计算),并且初步接触了一些代数知识(如用字母表示运算律)的基础上,进一步研究用字母表示数、常见的数量关系、面积和周长公式等。本小节安排了3个例题,1个课堂活动和练习二十一。建议用2课时教学:第1课时教学单元主题图,例1,例2及课堂活动。第2课时教学例3及练习二十一。

★主题图呈现的是学生熟悉的生活情境,同时与后面教科书内容有密切的联系。教学时可以让学生发现其中的数学问题,特别关注问题中隐藏着一定的数量关系。这样既可以让学生产生对方程的学习意识,又为以后相关情境的问题解决奠定基础。

★主题图中左上情境是练习二十五第2题。

★主题图中右上情境是“用字母表示数”小节例2。

★主题图中下面的情境是“认识方程”小节例1。



## 用字母表示数

我们过去学习运算律时用到了字母表示数,回忆一下,完成下表。

加法交换律	$a+b=b+a$
加法结合律	
乘法交换律	
乘法结合律	
乘法分配律	

议一议 生活中还有哪些地方用到了字母表示数?



青蛙只数(只)	腿的条数(条)	
1	4	1个4
2	8	2个4
⋮	⋮	⋮
$x$	$4x$	$x$ 个4

在含有字母的式子中,数和字母、字母和字母之间的乘号可以记作“ $\cdot$ ”,也可以不写,数通常写在字母的前面。如:

$$x \times 4 \text{ 写作 } 4 \cdot x \text{ 或者 } 4x$$

试一试 1只青蛙2只眼,2只青蛙4只眼…… $y$ 只青蛙\_\_\_\_\_只眼。

73

★在学习新知识之前,先通过填写表格的方式让学生回忆前面学习的用字母表示运算律的相关知识。

通过回忆,一方面让学生知道用字母表示数在前面的学习内容中已经有所接触,调动经验来参与本单元的探讨活动;另一方面让学生通过用文字表示运算律和用字母表示运算律的对比,理解用字母表示数的重要意义,就是可以简明、清楚地表达数量关系。

★例1 选用儿歌为素材,一方面是因为学生比较熟悉,可以使学生体会所学知识从确定的数到不确定的数的变化过程,加深学生对用字母表示数的认识;另一方面,儿歌也能激发学生的学习兴趣,使学生能主动投入到新知识的探讨中来。

通过用“ $x$ ”表示青蛙只数,简明地表达出计算青蛙腿数的数量关系。这种用含有字母的式子表示数量关系,与用具体的几只青蛙来计算腿数的方法比起来,更具有普遍适用性,学生可以从亲身体会用字母表示数的优越性。

★例2在例1的学习基础上,进一步让学生理解含有字母的式子表示两数和(或差)的数量关系的普遍适用性。

(1)让学生理解小强的岁数与小丽的岁数是有联系的,可以认为小丽的岁数是随着小强的岁数的变化而变化的。


(2)只要把小强这个变化的岁数用字母表示出来,就能够表示计算小丽岁数的数量关系了。这里用字母表示变化的岁数就是应用了用字母表示数的不确定性,使学生进一步认识用字母表示的数量关系。

★例3是在学生有用字母表示数量关系中的一个数的基础上,结合学生在前面对周长、面积和体积的计算公式的认识,让学生比较系统地学习用字母表示公式。

(1)例题选择了正方体体积计算模型为素材,将面积和体积的计算公式用字母进行示范性表示。


(2)对 $a^2$ 和 $a^3$ 的意义进行专门讨论,这样能拓宽讨论内容。在具体的探讨过程中,教科书告诉学生用字母表示周

长、面积和体积的计算公式的一般方式。通常使用 $C$ 表示周长, $S$ 表示面积, $V$ 表示体积, $a, b$ 表示边长或长宽, $h$ 表示高,然后让学生凭借自己的经验写出用字母表示的计算公式。



(1)当小强9岁、10岁……时,小丽多少岁?  
 小强9岁时,小丽是 $9+2=11$ (岁);  
 小强10岁时,小丽是 $10+2=12$ (岁);  
 ∴  
 小强 $a$ 岁时,小丽是 $(a+2)$ 岁。

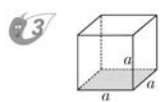
(2)当小强15岁时,小丽多少岁?




小丽年龄是 $a+2=$        $+2=$       (岁)

(3)如果用 $b$ 表示小丽的年龄,小强的年龄与小丽的年龄之间的数量关系可以表示为:  
 \_\_\_\_\_


**试一试** 你还能用字母表示生活中的哪些数量关系?









用 $S$ 表示正方体的底面积, $V$ 表示正方体的体积。



“ $a \cdot a$ ”表示两个 $a$ 相乘,可以写成 $a^2$ ,读作“ $a$ 的平方”。  
 同样,“ $a \cdot a \cdot a$ ”可以写作 $a^3$ ,读作“ $a$ 的三次方”或者“ $a$ 的立方”。



试一试 用字母表示我们学过的一些计算公式。

	周长 $C$	面积 $S$	体积 $V$
正方形 	$C=4a$		
长方形 			
平行四边形 			
三角形 			
梯形 			
长方体 		底面积 $S=$	

### 课 堂 活 动

#### 1. 你说我答。



火车的速度是汽车的2倍，如果用  $v$  表示汽车的速度。

火车的速度就是  $2v$ 。



#### 2. 说一说。



钢笔  $a$  支，比铅笔少10支。



铅笔支数是  $a+10$ 。



★关于“试一试”，教科书这样编排，给学生留下了充分的探索空间，有利于突出学生在学习过程中的主体作用。注意，这里用什么字母代表什么数没有强行的规定，只是有大家共同遵守的一些习惯，不要学得过“死”而妨碍学生的进一步发展。

★课堂活动通过你说我答和说一说的方式把例1、例2和例3的教学内容延伸到课堂活动中，通过合作学习的方式激发学生在探讨过程中的学习兴趣，同时也通过同伴的影响，使每个学生都能获得对知识进一步的理解。这个活动在教学中一定要落到实处，切不可忽略其真正的作用。

★练习二十一第1,2题通过填空,让学生进一步理解字母和字母式子在具体情境中表示的意义。

★第3题先让学生根据题意列出含字母的式子;再根据字母的值计算含字母式子的值,为今后的代数式的运算积累经验。

★第4题除了指导学生按题意要求填出表中的数据外,还要让学生意识到字母表示的是一个不确定的数,式子的结果是随字母所表示数值的变化而有规律地变化的,这个变化规律是由式子的数量关系决定的。

★第5题对 $2a$ 和 $a^2$ 进行比较,这两个式子学生容易混淆。

通过 $a=6$ 时,分别计算 $2a$ 和 $a^2$ 结果的方式,让学生明白这两个式子的不同。

引导学生算出 $2a$ 和 $a^2$ 两个式子当 $a=1,2,3,\dots$ 时的值,找出 $a=2$ 时, $2a=a^2$ 。

★第6题用符号 $a, b, c$ 表达数量关系“收入-支出=结余”,为以后方程的学习做准备。

### 练习二十一

1. 填一填。

- (1) 乘1次船付2元,乘2次船付( )元;小明乘了 $n$ 次船,应付( )元。  
 (2) 12只黑兔,白兔比黑兔少 $a$ 只,白兔有( )只。  
 (3) 小林 $t$ 分走50m,平均每分走( )m。

2. 下面是《西部少年》的订阅份数与总价的对照表,填一填。

单价(元)	份数(份)	总价(元)
2	1	2
2	2	
2	3	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
2	$x$	

3. (1) 五(1)班给敬老院送苹果,第1组同学买了8kg苹果,第2组同学买了5kg苹果。如果每千克苹果 $x$ 元,两组共花费多少元?  
 (2) 当 $x=6$ 时,两组共花费多少元?

4. 填一填。

$a$	7	12	20	8.5	10.4
$a-5$	2				
$3a$	21				

5. 想一想。



6. 如果小强家每月的收入用 $a$ 表示,支出用 $b$ 表示,结余用 $c$ 表示。那么  
 $c=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_。



第2节“等式”主要呈现等量和等式的意义,建立等量和等式的概念,探索等式的性质。本小节安排了2个例题,1个课堂活动和练习二十二。建议用2课时教学:第1课时,教学例1,课堂活动第1题,练习二十二第1~3题。第2课时,教学例2,课堂活动第2题,练习二十二第4~6题。

## 等式

1 云岭小学五年级55名同学参观科技馆。



中巴车上的人数=总人数-大巴车上的人数

$$17=55-38$$



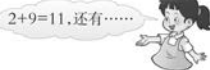
我可以写出总人数等于……

像  $17=55-38$ ,  $a+b=55$ ,  $S=a^2$ , … 这些表示相等关系的式子都是等式。

试一试 在参观活动中,需要把55名同学平均分成5个组进行参观。每组2名组长,9名组员。你能写出哪些等式?



$$55 \div 5 = 11$$

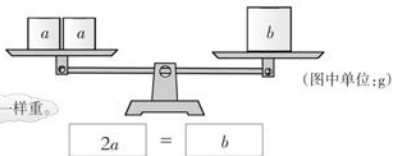


$$2+9=11, \text{ 还有……}$$

2 比一比。



两边一样重



77

### ★例1 教学等式概念。

(1)注意突出直观的图形与抽象的数字之间的联系,揭示出三个数量之间的逻辑关系。

(2)从整体到局部,依次引导学生说明“总人数”“中巴车上的人数”“大巴车上的人数”及其关系。

(3)建构等式时,让学生体会到同一个量的两种表示形式,这在数学上叫做“同量”或“等量”。只有学生明白了这个意思后,才能把左右的等量用等号连接起来。

(4)在“试一试”的分组关系的教学中,也要按照这种思路进行教与学。

★例2从4个片段逐步呈现等式的特性,目的是要学生在活动中体验等量的变化关系和等式的性质。

(1)引导学生依托天平的平衡,将等量用“ $2a$ ”和“ $b$ ”先构建一个等式“ $2a=b$ ”,为下一步探索等式的性质作一个基础性铺垫。

(2)在上一个平衡天平的基础上,出现了放100g使天平倾斜的图,打破了原来的平衡。同时用“下面怎么放,天平

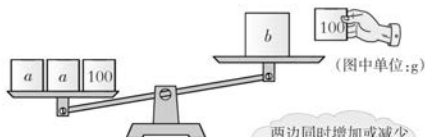
两边才会保持平衡”引起学生思考怎样才能形成新的平衡。学生通过实验就会发现有两种形成新等量、保持天平平衡的办法。两边都放上100g或两边都拿走100g,都会使天平重新平衡。

接着用字母式子“ $2a+100=b+100$ ”和“ $2a+100-100=b+100-100$ ”表示实验的过程,在此活动的基础上,用一句话表述获得的经验:当天平平衡时,天平的两边同时增加或减少同样克数的物体,天平仍然保持平衡。

(3)借助上一个实验的经验和方法,进一步讨论天平两边(等量)成倍变化的情况。按照放上的思路:右边是原来的2倍,左边也该是原来的2倍,天平才会平衡,得出: $2a \times 2 = b \times 2$ 。按照拿走的思路:左边拿走一半,右边也该拿走一半,天平才会平衡,得出: $4a \div 2 = 2b \div 2$ 。仿照前面的实验总结出:当天平平衡时,天平两边物体的克数同时乘或除以一个相同的数(0不作除数),天平仍然保持平衡。

(4)通过以上活动,引导学生把两个现象蕴含的数量关系抽象成数学等式,用数学语言全面总结出本课的数学知识——等式的性质。

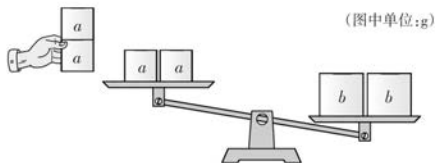
下面怎么放,天平两边才会保持平衡?



$$2a+100=b+100$$

$$2a+100-100=b+100-100$$

当天平平衡时,在天平的两边同时增加或减少同样克数的物体,天平仍然保持平衡。



$$2a \times 2 = b \times 2$$

左边拿走了一半,右边也要拿走一半。

$$4a \div 2 = 2b \div 2$$

等式的两边同时加或减一个相同的数,得到的结果仍然是等式;等式的两边同时乘或除以一个相同的数(0不作除数),得到的结果仍然是等式。这就是等式的性质。

课 堂 活 动

1. 根据卡片上的信息说一说,再写等式。



2. 想一想,议一议。

1盒牛奶与2袋味精同样重。



练 习 二 十 二

1. 双鹤小学给农民工子弟学校捐书1600本,其中高年级捐书900本,低年级捐书700本。



根据题中的数量关系,你能写出几个等式?



捐书总本数=( )+( )  
 高年级捐书本数=( )○( )  
 低年级捐书本数=( )○( )

★课堂活动第1题是用两个小孩的对话,引导学生对同一卡片上的内容从不同的角度用某一个量作等量,构建出几个等式。

★第2题,因“1盒牛奶与2袋味精同样重”,要使等量重新构建即“如何使它平衡?”,会有多种思路。通过这些思考与交流,让学生深入理解等量和等式的意义。

★练习二十二第1题,利用双鹤小学学生捐书的情境,让学生根据题中的信息寻找、体会等量和等量关系。

★第2题从形式上判定是等式的数学表达式。其判断标准就是：用等号连接的，表示两个数或式子有相等的关系。

★第3题看图直观地寻找图中的等量关系并写等式。有的明显，有的隐蔽，需要学生能够说出自己是怎样想的。

★第4题通过填空，让学生进一步理解等式的性质。要引导学生说出填写的原因，依据的是等式的哪一性质。

★第5题计算  $n=6$  时各式的值，既是对字母表示数的进一步认识，又是让学生通过计算体验求“代数式的值”，为以后的代数式学习奠定基础。

★第6题是对本节知识的综合运用。对于“西气东输”的一些背景知识可以由教师提供，也可以布置学生到网络上查询，让学生对祖国的重大建设项目有初步的了解。同时，教师要根据学情确定是否对题中的数量关系进行引导。

2. 在等式下面画横线。

$35-15=20$                        $16+x<18$                        $m=4n$   
 $8x+4b$                                $5y=15$                                $b+a>c$

3. 看图写等式。

4. 根据等式的性质填空。

(1)  $a=30$   
 $2a=30 \bigcirc ( \quad )$   
 $a \bigcirc ( \quad ) = 30 \div 2$

(2)  $6m=24$   
 $6m-b=24 \bigcirc ( \quad )$   
 $6m \bigcirc ( \quad ) = 48$

5. 当  $n=6$  时，下列各式的值是多少？

$4n$        $36 \div n$        $(n+4) \times 2$        $5n+3$        $7n$        $48-2n$

6. 我国最大的西气东输管道工程，全线是从新疆塔里木的轮南到上海，总长3900 km。其中一期工程是东段，从陕西的靖边到上海，长  $a$  km；二期工程是西段，从轮南到靖边，长  $b$  km。

(1) 在图上标示出相关的数量。

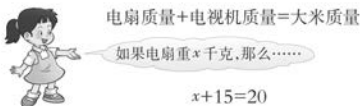
(2) 试一试，你能写出哪些等式？

轮南                      靖边                      上海

第3节“认识方程”中例1揭示方程的意义;例2是利用藏族文化题材唐卡价格及其数量关系构建方程,学习方程的概念。课堂活动则要求学生把方程与简单的生活实例以及已有的知识经验结合起来叙述表达,并用方程表示简单的数量关系,加对方程意义的认识和理解。本小节安排了2个例题,1个课堂活动和练习二十三。建议用1课时教学。

## 认识方程

### 1 写等式。



### 2 唐卡是藏族文化中一种独特的绘画艺术,请用字母表示出数量关系。



因为 单价 $\times$ 数量=总价  
所以  $1.2y=6$

像 $x+15=20$ ,  $1.2y=6$ , …这些含有未知数的等式叫做方程。  
列方程时,未知数与已知数一样参与列式。

试一试 你还能写出哪些不同的方程?



### ★例1教学方程概念。

(1)呈现主题图的情境图。图上一个叔叔挑着担子,营造平衡和等量的意境。

(2)通过孩子的问话,引起学生的思考,让学生在现实画面中体会方程的价值。

(3)根据对话和题目的要求,引导学生探究其中的信息,寻找等量关系写等式。在写等式的时候,可能就会有学生发现,一些等式含未知数,如: $x+15=20$ ,一些等式不含未知数,如: $20-15=5$ 。

(4)让学生通过设电扇重 $x$ 千克,建立等式 $x+15=20$ ,感悟方程的意义,为例2学习作铺垫。

★例2是在藏族文化艺术的衬托下,让学生学习构建简单的方程。

(1)对话框揭示了等量关系和思路,女孩以“总价”为等量,说出“6万元”与“ $x$ 张唐卡的总价”相等。男孩则提示了唐卡总价的表示方法:“ $y$ 张是 $1.2y$ 万元”。

(2)学生已经建立了 $x+15=20$ ,  $1.2y=6$ 这样含有未知数的等式,这些经验可以帮助学生了解方程的意义。教科书特别告诉学生,“列方程时,未知数与已知数一样参与列式”。

(3)通过“试一试”提示学生,同一种数量关系下可以列出不同的方程。

★课堂活动第1题,让学生对3张卡片中的等式进行辨析,加深对方程的了解,进一步认识方程的意义。

★第2题,学生先说出等量关系,再根据数学关系构建方程。使学生明白,建立方程的关键是找出数量关系。

★练习二十三第1题,需要根据方程的意义来连线,促进学生理解方程的意义。说明等式与方程的特殊关系,即方程都是等式,等式不一定是方程。

★第2题要求学生自己写出方程的同时,说明同一种数量关系,可以列出不同的方程。

★第3题要求学生先找出等量关系,再根据等量关系列方程。

课 堂 活 动

1. 议一议,下面的说法对吗? 为什么?

$x+3.4=7$ ,  
 $10y+5=30$ ,  
都是方程。

等式都是方程,比如  
 $7x=1.4$ ,  
 $7+9=16$ 。

方程都是等式,比如  
 $5x=45$ 。

2. 说一说下面各题的数量关系,并用方程表示。

- (1) 小华  $x$  岁。小娟 9 岁,比小华小 1 岁。  
(2) 甲数是  $y$ 。乙数是 80,正好是甲数的 5 倍。

练 习 二 十 三

1. 连一连。

$3x-9=13$   
 $9-2=7$   
 $y=9=10$



$36+9=45$   
 $6y-y=12$   
 $8x=12$

2. 根据图中的数量关系列方程。

(1) 篮子里的菜共 5 kg。  
 $1.5\text{ kg}$   $x\text{ kg}$

(2) 这个木箱的体积是 120 立方米。  
 $5\text{ m}$   $x\text{ m}$   $8\text{ m}$

3. 用方程表示下面的数量关系。

- (1) 把  $x$  平均分成 25 份,每份是 5.8。

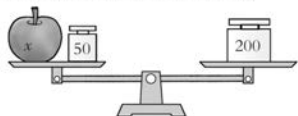


- (3) 洗衣机有  $x$  台,电视机有 36 台。电视机比洗衣机数量的 5 倍多 1 台。

第4节“解方程”中的例1说明方程的解和解方程的意义,并学会利用等式性质解答一步计算的方程。例2让学生学会思考形如“ $ax=b$ ”的方程的解答方法,能选择利用基本数量关系或等式性质求出方程的解。例3是巩固求方程解的基本方法,会解形如“ $ax\pm b=c$ ”的方程。本小节安排了3个例题,1个课堂活动和练习二十四。建议用2课时教学:第1课时,教学例1、例2,课堂活动及练习二十四第1~3题。第2课时,教学例3,练习二十四第4~6题。

### 解方程

1 看图列方程,并求出未知数的值。(图中单位:g)



$$x + 50 = 200$$

$$\text{解: } x + 50 - 50 = 200 - 50$$

$$x = 150$$

方程两边都  
减去50。

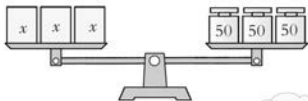


当 $x=150$ 时,方程 $x+50=200$ 的左右两边相等, $x=150$ 就是方程 $x+50=200$ 的解。

求出方程的解的过程叫做解方程。

试一试 解方程 $x-25=60$ 。

2 解方程 $3x=150$ 。



$$\text{解: } 3x \div 3 = 150 \div 3$$

$$x = 50$$

检验:把 $x=50$ 代入原方程,

$$\text{左边} = 3 \times 50$$

$$= 150$$

$$= \text{右边}$$

所以 $x=50$ 是方程的解。

方程两边都  
除以3。



$x=50$ 是不是  
正确结果呢?  
检验一下。

试一试 解方程 $x \div 4 = 10$ 。

★例1 教学方程的解和解方程。

(1)通过图示找出等量关系,列出方程式“ $x+50=200$ ”。

(2)让学生感知从列方程到解方程的全过程,认识方程的解和解方程。

(3)让学生认识“解方程”的意义,理解用等式性质解方程的方法。用等式性质的方法解方程,有利于与初中数学学习的衔接。

★例2 教学解方程和检验的方法。

(1)让学生选择不同解法解形如“ $ax=b$ ”的方程,突出用等式性质解此类方程的基本方法。

(2)重点让学生检验“解”的正确性,注意解释“把 $x=50$ 代入原方程”的意义,强调方程检验过程中的书写规范。

★例3 教学解方程。

解形如“ $ax \pm b = c$ ”的方程,同时让学生感知方程的同解变形(注意教学时不要出现同解变形的概念)。要引导学生说出原方程每一次变成同解方程的理由:

(1)由方程  $5y - 8 = 12$  变为同解方程  $5y = 20$  的理由是方程两边同时加8。

(2)由方程  $5y = 20$  变为同解方程  $y = 4$  的理由是方程两边同时除以5。

(3)让学生自主根据例2的检验方法,检验  $y = 4$  是原方程的解。

★课堂活动第1题,通过独立思考和讨论,让学生在填空的过程中掌握用等式性质解方程的思路和方法。

★第2题,要求学生分析篮球与足球的金额之间到底是什么数量关系,怎样列方程。通过同学间交流了解同一个数量关系下可以列出几个不同的方程。

解方程  $5y - 8 = 12$ 。

解:  $5y - 8 = 12$   
 $5y - 8 + 8 = 12 + 8$  (方程两边都加8。)  
 $5y = 20$   
 $5y \div 5 = 20 \div 5$  (方程两边都除以5。)  
 $y = 4$

别忘了检验!



试一试 解方程。

$18 + 6x = 30$                        $4n - 2.5 \times 4 = 15$

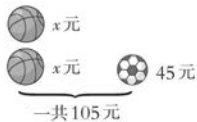
课 堂 活 动

1. 下面的○里填什么运算符号? □里填什么数? 为什么?

(1)  $2x + 1 = 7$                       (2)  $3x - 33 = 68$

解:  $2x + 1 - \square = 7 - \square$                       解:  $3x - 33 \circ \square = 68 \circ \square$   
 $2x = \square$      $3x = \square$   
 $2x \div \square = \square \div \square$                                $3x \circ \square = \square \circ \square$   
 $x = \square$      $x = \square$

2. 你能列出哪些方程? 请写出方程并解方程。





## 练习二十四

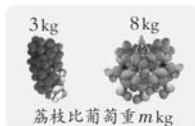
1. 用方程表示下列数量关系,并求未知数的值。

(1) 涛涛买回5本笔记本,每本 $x$ 元,一共用了32元。

(2) 奶奶买回8kg山桃,吃了 $y$ kg,还剩3kg。

(3) 一头黄羊重约50kg,一头野牛重约240kg,这头野牛的体重是这头黄羊的 $n$ 倍。

2. 看图写方程,并解方程。



3. 解方程。

$$x-13=13$$

$$y \div 12 = 8$$

$$6t=84$$

$$7t=98$$

$$y+10=17$$

$$x \div 26 = 2$$

4. 根据他们的对话写方程,并解答。



5. 要计算相册的单价,你能写出哪些方程?



6. 解方程。

$$6x-8=40$$

$$8x+98=130$$

$$5y+1.5 \times 4 = 41$$

★练习二十四第1,2题是对方程意义的理解和方程解法的综合练习。让学生分析题意、找出等量关系、列出方程并解方程。

★第3题要特别注意解方程的书写格式的要求,要养成解方程后检验的习惯。

★第4题关注题意与未知数的使用,学生从对话中找出等量关系;根据等量关系列出方程并解方程。

★第5题先找出一种等量关系求出单价,再找出其他的等量关系来列出方程。

★第6题是对 $ax \pm b = c$ 题型的进一步巩固练习,在学生用两种不同方式解答时,倡导学生用等式的性质来求方程的解,并养成检验的习惯。

第5节“问题解决”的例1解决一步计算的简单的方程应用问题;例2解决两步计算的简单的方程应用问题;例3解决具有典型思路的方程应用问题;例4解决两个量可用第三个量表示或两个相同未知条件的应用问题。本小节安排了4个例题,2个课堂活动和练习二十五,建议用3课时教学:第1课时,教学例1、练习二十五第1题。第2课时,教学例2、例3及课堂活动,练习二十五第2,4,7题。第3课时,教学例4及课堂活动,练习二十五第3,5,6,8,9题。

★例1为了显示生活与数学的联系,体现问题解决的现实性,通过加油情境中,工作人员与司机的对话,利用事件发展的先后顺序呈现数量关系,将未知量蕴含其中,使学生感到问题解决的必要性。

(1)要突出建立等量关系:原来的油量+新加的油量=总油量,从而列出方程 $x+28=45$ 。

(2)通过“议一议”,让学生明确用方程解决问题的关键是:设未知数并建立等量关系。

★例2呈现学生熟悉的生活情境,从中感悟数学与现实的联系。教科书通过遮挡方式将“木本花卉”的盆数隐去,营造问题情境。通过展板、参观者的对话呈现条件和需要解决的问题。

(1)引导学生发现和提出问题,分析问题中蕴含的等量关系(即女孩对话框的提示“草本花卉的盆数=木本花卉的盆数 $\times 20-40$ ”),这是列方程的关键。

(2)设未知数、列方程和解方程可让学生自主进行。

(3)“试一试”。要让学生开动脑筋,找出其他的等量关系列出其他方程,倡导开放的解题思路。

(4)如果时间允许的话,可让学生尝试用算术方法解答,从而充分体现方程解决这类问题的优越性。

### 问题解决

**1** 刘叔叔的汽油箱的容积是45L。油箱里原来有汽油多少升?

已知新加的油量……

原来的油量+新加的油量=总油量

解:设原来的油量有 $x$ L。

$$x+28=45$$

$$x=$$

答:油箱里原来有汽油( )L。

**议一议** 这个问题是怎样解决的?

**2** 木本花卉有多少万盆?

已知草本花卉有……

问题是……

草本花卉的盆数=木本花卉的盆数 $\times 20-40$

解:设木本花卉有 $x$ 万盆。

$$20x - 40 = 140$$

$$20x = 180$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

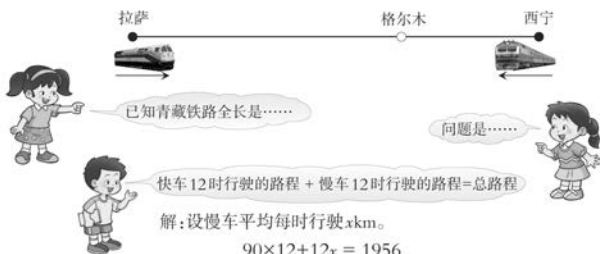
答:木本花卉有( )万盆。

**试一试** 你还能列出不同的方程吗?

**3**



青藏铁路是世界最长的高原铁路,东起青海西宁,西至西藏拉萨,全长1956 km。两列火车分别从拉萨和西宁同时出发,经过12时在格尔木相遇。已知快车平均每时行驶90 km,慢车平均每时行驶多少千米?



答:慢车平均每时行驶( ) km。

**试一试** 你还能列出哪些方程?

87

★例3以青藏铁路通车这一重大事件为背景,运用“相遇问题”的基本数量关系为范例,采用列方程来解决一些常见的典型问题。一些带有明显数学规律的问题,如:“追及问题”“和差问题”“行程问题”“工作量问题”等可以在方程思想的指导下解决问题。

教科书以文本的形式,将必要的信息呈现出来,意在引导学生通过读题获取信息、分析问题。

(1)以总路程为等量,教科书提供了常见的思路:快车12时行驶的路程+慢车12时行驶的路程=总路程。在“试一试”中,学生还可以提出:(快车速度+慢车速度)×时间=总路程等多种等量关系来列方程。

(2)解方程的过程由学生自主完成,要求学生说出每步方程变形的理由,进一步促进学生对解方程的理解,同时让学生养成检验的习惯。

(3)以3个例题的学习为基础,总结提炼出下面的列方程解决问题的基本思路,从而固化结构模式。

提出问题  
(设未知数)



分析问题  
(建立等量关系)



解决问题  
(列方程解方程并检验)

★课堂活动安排了1个题目。

(1)题目要体现用方程解决问题的一般思路:提出问题(设未知数)——分析问题(建立等量关系)——解决问题(列方程解方程并检验)。

(2)学生先从题目和图中信息,找到相关的已知条件及其等量关系。再与同学进行交流,通过“议一议”,发现不同的等量关系。

(3)根据某一等量关系列方程,解决问题。学生列出的方程可能有所不同,解决问题的方法也就有所不同。要鼓励学生用多种方法解决问题。

★例4,让学生从信息中,提炼出“两人购邮票的钱数相差多少”的数量关系,然后运用大小比较得出“8张邮票的钱数比5张邮票的钱数多6元”的数量关系,以相差数6元为等量,建立等量关系。

(1)在处理“ $8x-5x$ ”时,可以用乘法的意义“8个 $x$ 里去掉5个 $x$ ,还有3个 $x$ ”来解释,也可以利用乘法分配律来解释。

(2)学生还可以小刚的钱数作等量来思考,列出方程: $8x=5x+6$ 。或者以小明的钱数作等量来思考,列出方程: $5x=8x-6$ 。

★课堂活动是两个相同未知条件的问题,通常设其中1倍量为 $x$ ,另一个未知数也可以用含有 $x$ 的式子表示出来。活动时要让学生借用例4的解决问题思路和已有解决问题的经验分析信息,寻找等量关系:

(1)突出关键数量“牡丹的株数是郁金香的3倍”和“一共有240株”,再确立等量关系。

(2)突出关键数量“牡丹的株数是郁金香的3倍”和“牡丹比郁金香多120株”,再确立等量关系。

此类问题对学生有一定难度,教学时要让学生首先弄清两个未知数的关系。

### 课 堂 活 动

三峡小学的同学参加长江上游种植天然防护林活动,计划种植350棵树。

**议一议** 你能找出哪些等量关系?  
**试一试** 列出一个方程,并解决。

**例4** 小刚和小明去买一种奥运会纪念邮票。小刚买了8张,小明买了5张,小明比小刚少用了6元。每张邮票多少元?

小刚用的钱-小明用的钱=6元

解:设每张邮票 $x$ 元。  
 $8x-5x=6$   
 $3x=6$   
 $x=$ \_\_\_\_\_

答:每张邮票( )元。

### 课 堂 活 动

花卉园里种了牡丹和郁金香,牡丹的株数是郁金香的3倍。

(1)牡丹和郁金香一共有240株,牡丹和郁金香各有多少株?  
(2)牡丹比郁金香多120株,牡丹和郁金香各有多少株?

**议一议** 这里有两个未知数,怎样设呢?  
**试一试** 列出方程,并解决。

88

## 练习二十五

## 1. 列方程解答。

(1) 小湾村的张伯伯购买电视机付了1450元。



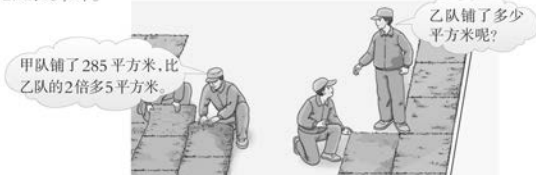
(2) 这是美丽的云南金丝猴。猴爸爸重24kg,猴爸爸的体重是猴宝宝的3倍,猴宝宝重多少千克?



(3) 下面每个图形的面积都是 $24\text{dm}^2$ ,算出每个图形的高。



## 2. 铺设草坪。



3. 建筑工地需要运一批砖,由于工期提前,改为采用第2套运输方案。需要几辆同样的卡车?

第1套方案	10辆卡车	12天运完
第2套方案	?辆卡车	8天运完

4. 小红家装修客厅,爸爸买了40块地砖,比买水泥多花了280元。已知买水泥花了1400元,每块地砖多少元?



练习二十五涉及应用问题比较多,教学时教师要注意对于学习有困难的学生多给予提示和引导。

★第1题是一步计算的问题,其数量关系简单,重点是帮助学生用方程的思想来解决,形成基本的用方程解决问题的思路 and 习惯。

★第2题是常见的两步计算的数量关系问题。关键数量是“甲队铺的比乙队的2倍多5平方米”。以甲队铺的285平方米为等量建立等量关系。

★第3题是常见的典型应用问题。关键数量及等量关系是第1套方案和第2套方案运的砖数量是相同的。

★第4题是常见的两步计算的数量关系问题。关键数量是“买地砖比买水泥多花了280元”。学生可以多向思考,建立等量关系,如以买40块地砖的钱数或以买水泥的钱数为依据建立等量关系。

★第5题是常见的两步计算的数量关系问题。学生可以选择需补的钱数20元建立等量关系,或以买40个卷笔刀的钱数为等量,或以100元为等量建立等量关系,这样所列方程有3种: $40x-100=20$ ,或 $40x=100+20$ ,或 $40x-20=100$ 。

★第6题是现实的问题。虽然问题情境看似复杂,但数量关系较为简单。

★第7题是常见的典型应用问题——追及问题。学生可以借鉴例3的方法分析和解决问题。

★第8题是两个量可用第3个量表示的应用问题。学生可以借鉴例4的方法分析和解决问题。

★第9题是常见的典型应用问题——相遇问题。学生可以借鉴例3的方法分析和解决问题。

★思考题是“鸡兔同笼”问题。供学有余力的学生使用,让他们在探究中找到解决问题的步骤和方法,开阔眼界,开放思路。

参考解答:

解:设加工课桌的人 $x$ 名,做方凳的则有 $(70-x)$ 名。

因为1张课桌配2张方凳,列方程

$$2 \times 10x = 15(70 - x)$$

$$20x = 1050 - 15x$$


$$35x = 1050 \text{ (方程两边同时加 } 15x \text{)}$$

$$x = 30 \text{ (方程两边同时除以 } 35 \text{)}$$

$$70 - 30 = 40 \text{ (人)}$$

答:做课桌的有30人,做方凳的有40人。


5. 红红去商场为同学们买40个卷笔刀作为六一儿童节活动奖品。




6. 2007年国家向西部地区投资19.2亿元,用于重点县的“退牧还草”工程。如果平均分成4个季度投资,每个县平均1个季度投资0.05亿元,一共有多少个重点县获得投资?

7. 一辆客车和一辆轿车同时从贵阳开往重庆,客车每时行75km。经过2时后,轿车比客车多开了50km。轿车每时行多少千米?

8. 小明买了5本练习本,小华买了同样的9本。



9. 甲船每时行20km,乙船每时行28km。



欣欣木器加工厂有70名技术工人。每个工人平均每天能加工10张课桌或者15张方凳。为了供应市场,必须1张课桌与2张方凳配成一套发货。怎样安排加工课桌和方凳的人数,才既不造成浪费,又能满足供货?

思考题

90

第6节“整理与复习”主要引导学生系统回顾所学内容,形成比较完整的认知结构。本节建议用2课时教学:第1课时,教学第1~4题,练习二十六第1~5题。第2课时,教学第5题,练习二十六第6~7题。




### 整理与复习

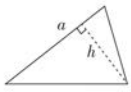
1. 交流学习收获。

2. 写出含有字母的式子。

$a$ 元/个       $b$ 元/个




一共(      )元




$S = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 写出方程,再说等量关系。



有5筐辣椒,每筐 $x$  kg,  
一共12 kg。




鱼缸里有红黑金鱼15条,其中红  
金鱼有10条,黑金鱼有 $y$ 条。

4. 解方程。

$14+x=42$        $12x-6=36$        $x+2x=9$

5. 学校买回10盏台灯和1部录音机,一共用了1600元。录音机每部800元,台灯每盏多少元?



91 

★第1题:(1)对字母和含字母的式子表示数、等式和方程的意义以及相关的名词术语,做一个梳理,对一些关键词和易混易错的词语,进行综合辨析。

(2)对字母表示数和数量关系的一般方法、解方程的步骤和方法、用方程解决问题进行讨论,形成清晰的线条,便于认识和记忆。

(3)教师要帮助学生整理和板书,让学生记住本单元必要的内容,逐步形成能自己建立知识结构的能力。

★第2题:(1)除了教科书的提示以外,要比较全面地把用含有字母的式子表示数和数量关系等的基本形式和内容,通过习题的形式重现一遍。

(2)字母和含字母的式子表示定律、公式等常用内容可以采用填空、判断等形式进行。计算字母式子表示的值可采用表格的形式练习。

★第3题让学生主动回忆建立方程的基本思路和步骤,然后通过同伴交流,突出建构方程的着力点是找准等量关系。在交流中要让学生意识到,依照不同的等量关系可以列出不同的方程;列方程的关键是建立等量关系。

★第4题帮助学生回忆解方程的步骤和方法。在学生说思路的过程中,一种思路的依据是四则运算各部分之间的关系,另一种是等式的性质。教师讲解时要将两种都说清楚,学生练习时,不强求使用哪一种思路。教学时注意提示学生注意解方程的书写、检验、“解”和等号位置等规范性问题,树立数学的规范意识。

★第5题要结合用方程解决问题的思路和方法,引导学生从实际背景中寻找等量关系,列方程解决问题。引导学生对问题进行多角度的思考,同一问题可以建立多个等量关系,列出不同的方程。要求学生掌握比较完整的解决问题的步骤和策略。

练习二十六是针对本单元复习的综合性练习。着重独立练习,帮助学生知识的掌握和运用。

★第1~3题复习字母表示数、数量关系和求字母表达式的数值。

★第4题可先让学生独立写出方程,再与同桌交流列方程的依据——等量关系,从而强化建立等量关系的过程。

★第5题要强调书写规范。让学生说出解方程的过程及理由,养成言必有据的学习习惯与检验的习惯。

★第6题解决简单问题,重点复习解决问题的基本思路。引导学生回顾如何设未知数和建立等量关系,学生独立完成,再进行交流,说出问题解决的思路。

可以根据学生情况增减和重组练习,要考查学生独立完成练习和解决问题的情况。发现问题及时补救,特别是解方程的书写格式和列方程解决问题的过程呈现,通常口头表达容易,书面表达就容易混乱。

练习二十六

1. 连线。

$a+a$	$m^3$	$a+b$	$4q$	$6^2$
$3 \times 12$	$2a$	$m \cdot m \cdot m$	$b+a$	$q+3q$

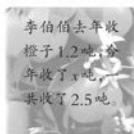
2. 填空。

- (1) 扎西家养山羊  $a$  头,是养牦牛头数的3倍。他家养牦牛( )头。
- (2) 一堆煤  $p$  吨,一辆汽车10次可以运完。这辆车平均每次运( )吨。
- (3) 一个正方体的棱长是  $a$  m,它的表面积是( ) $m^2$ ,体积是( ) $m^3$ 。

3. 填出各式表示的值。

$a$	2	45
$5a$		
$34+7a$		
$3a-2.5$		
$a^2$		

4. 写出方程,说等量关系。



5. 解方程。

$4x+56=76$	$6x-18=36$	$8x-5x=12$
------------	------------	------------

6. (1) 一辆大货车的载货量是10吨,比一辆小货车载货量的8倍少2吨。这辆小货车的载货量是多少吨?



(2) 有 100 m 布, 做了同种规格的儿童服装 50 套后, 还剩 22m。儿童服装每套用布多少米?

7. 列方程解下列问题。

(1) 客、货两列火车从相距 465 km 的两站同时出发, 相对而行, 3 时后相遇。这时货车一共行了 240 km, 客车每时行多少千米?

(2)  这个篱笆总长 440 米, 宽多少米呢?

(3) 你知道 3 种玩具的单价吗?



直升机的单价是摩托车的 4 倍

轮船比摩托车贵 60 元

1 架直升机与 1 辆摩托车的总价是 350 元

1 艘轮船与 1 辆摩托车的总价是 200 元



思考题

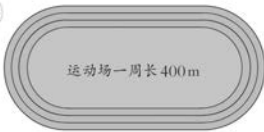
玲玲和军军沿着运动场跑步。

- (1) 如果两人同时同地开始向相反方向跑, 那么经过多少时间两人第 1 次相遇?
- (2) 如果两人同时同地开始向同一方向跑, 那么经过多少时间军军第 1 次追上玲玲?

我每秒跑 5 米。



军军



我每秒跑 3 米。



玲玲

93

★ 第 7 题解决常见的典型应用问题。回顾已经学过的常见数量关系, 找出要解决的问题和题目中的已知条件, 建立等量关系。学生要形成一定的解决问题的策略。

★ 思考题供学有余力的学生使用。本题是解决常见的典型应用问题, 这里涉及相遇问题和追及问题。教师不要让学生仅仅套用典型应用题的关系式, 而是让学生从问题情境中找寻等量关系。

数学文化“古老的方程”，方程思想为现代数学奠定了基础。让学生对古老的方程进行了解，在学习数学文化的同时，增进学生对数学的热情，使其对数学产生认同，提高兴趣。

★许多自然科学家如毕达哥拉斯、阿基米德、塔塔利亚、卡尔丹、牛顿、高斯、欧拉和爱因斯坦等都对其有重大贡献。关于这些方程资料和趣事，可以让学生到网络上搜索或到图书馆去查阅。


★这里呈现的只是古代方程中的一个片段。通过此话题引导学生去查资料，进一步了解方程的趣话，感受数学文化的深沉与厚重。

★链接活动是为学生拓展知识，提供学习线索的资源平台。教师要对学生的查阅《九章算术》有关方程的内容进行指导。

## 古老的方程



你知道吗




① 古埃及有一本用象形文字写成的书叫“兰特纸草书”，它的第11页上记录了这么一道题，人们看不懂，称它为怪题。

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1\right)x = 37$$

有一个未知数，它的 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{7}$ 和它本身一共是37。求未知数是多少？

③ 这是一个一元一次方程，它是3000多年来人类已知最古老的方程。



未知数、乘法  $\frac{2}{3}$  加法  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{7}$  全体 37 10

② 后来科学家进行考古翻译：I, II, III表示1, 2, 3, A表示10, B表示 $\frac{2}{3}$ , C表示 $\frac{1}{2}$ , D表示未知数……



④ 方程体现的是等量关系，在数学中占有相当重要的地位，在现代科学中有广泛的应用……



**链接活动**

我国古代数学名著《九章算术》中关于方程的章节，在世界数学史上是第一次出现。

查一查：《九章算术》中有关方程的内容。

 94



## (四)单元教学资源

### 古老的方程

#### 1. 方程的名称和由来

公元16世纪法国数学家韦达创立“含有未知数的等式”，当时拉丁语称它为“aequatio”，英文为“equation”。

公元17世纪前后，欧洲代数首次传进中国，当时译“equation”为“相等式”。

公元19世纪中叶，我国数学家李善兰和英国数学家伟烈亚力将英国数学家德·摩尔根的《代数初步》译出。他们借用或创设了近400个数学的汉译名词，其中，“equation”的译名就是借用了我国古代《九章算术》中的“方程”一词，意为“含有未知数的等式”。

#### 2. 丢番图的墓志铭方程

丢番图，古希腊大数学家，他对代数学的发展做出了巨大贡献。

但是，人们不太了解丢番图的生活经历。《希腊诗文集》里有一首由麦特罗尔写的《丢番图墓志铭》，描写了他不平凡的一生。

“过路的人/这里埋葬着丢番图/请计算下列数目/便可知他一生经过了多少寒暑/他一生的六分之一是幸福的童年/十二分之一是无忧无虑的少年/再过去一生的七分之一/他建立了幸福的家庭/五年后儿子出生/不料儿子竟先其父四年而终/只活到父亲岁数的一半/晚年丧子老人真可怜/悲痛之中度过了风烛残年/请你算一算/丢番图活到多大/才和死神见面……”

人们用方程很快解出了答案。

设丢番图的年龄为 $x$ 岁，那么童年为 $\frac{1}{6}x$ ，少年 $\frac{1}{12}x$ ，过去 $\frac{1}{7}x$ 年成家，他儿子活了 $\frac{1}{2}x$ ，于是根据墓志铭列出方程为：

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x。$$

求解这个一元一次方程，解得 $x=84$ 。

经过再次代入计算得知，他33岁结婚，38岁有了儿子，80岁时儿子死去。

#### 3. 巴比伦泥土板上的方程

古巴比伦就是现代的伊拉克及其附近的底格里斯河流域的国家。19世纪考古学家发现了古巴比伦王国的遗址，在挖掘中得到大约50万块写有文字的泥板。其中近400块写有数学内容。经科学家鉴定，这些泥板上刻有一些二次方程的解法。其中一道题为：

“如果一个正方形的面积减去其边长后为870，问边长是多少？”

泥板上的解法是：取1的一半，得 $\frac{1}{2}$ ；用 $\frac{1}{2}$ 乘 $\frac{1}{2}$ ，得 $\frac{1}{4}$ ；把它加在870上，得 $\frac{3481}{4}$ ，它是 $\frac{59}{2}$ 的平方，再加上 $\frac{1}{2}$ ，最后得出30。

设正方形的边长为 $x$ ,那么正方形的面积为 $x^2$ ,由题意得出方程:

$$x^2 - x = 870.$$

它符合现代二次方程的标准式,巴比伦人的解法正好符合后来的韦达定理求根法。

#### 4. 古印度战争方程

古印度也是一个数学很发达的地方,12世纪的拜斯迪罗·阿卡利亚等许多的优秀数学家就诞生在这里。阿卡利亚的《天文学之冠》《利拉瓦吉》和《求根》等书中有许多用方程解答的趣味数学问题。其中有一道著名的讲述战争的方程题:

“在一次会战中,波里赫勇猛的儿子阿尔宗携带若干箭去射杀卡尔诺。其中,半数的箭用于自卫,总数平方根的4倍用于射马,6支用于射车夫沙尔亚,3支用于射破卡尔诺的华盖,毁坏了他的弓和旗子,只有最后一支箭射穿了卡尔诺的头颅。求阿尔宗一共带了多少支箭。”

设阿尔宗一共带了 $x$ 支箭,那么就有 $\frac{1}{2}x$ 用于自卫, $4\sqrt{x}$ 支箭用于射马,依题意得:

$$\frac{x}{2} + 4\sqrt{x} + 6 + 3 + 1 = x,$$

这是无理方程,可以设 $\sqrt{x}$ 为 $y$ ,原式整理为

$$\frac{1}{2}y^2 + 4y + 10 = y^2,$$

解得 $y_1=10, y_2=-2$ (不符合要求)。把 $y_1=10$ 代入方程计算得 $x=y^2=100$

即阿尔宗一共带了100支箭。

#### 5. 中国古代的小偷与方程

古代中国是一个数学非常发达的国家。中国最早的“方程”一词出自秦汉时期的《九章算术》,后来的《张丘建算经》和《数书九章》等都对方程有特殊的叙述和解答。

特别有趣的是南宋大数学家秦九韶《数书九章》的关于小偷的题目,大意是说:

“3个小偷从3个箩筐中各偷走一些米。3个箩筐的米原来同样重,事后发现,第1箩余米1合,第2箩余米1升4合,第3箩余米1合。三小偷供认,甲用木勺从第1箩里每次都舀满勺装入口袋;乙用木盒从第2箩里每次都舀满盒装入口袋;丙用大碗从第3箩里每次都舀满碗装入口袋。经测算,木勺容量是1升9合,木盒容量是1升7合,大碗容量为1升2合。问:每个小偷各偷得米多少?”

本题单用算术方法解很难,但用方程就相对简单一些。

设木勺舀米 $x$ 次,木盒舀米 $y$ 次,大碗舀米 $z$ 次。根据题意可以得到方程

$$19x + 1 = 17y + 14 = 12z + 1,$$

$$\text{解得 } x=168, y=187, z=266,$$

那么 $19x=3192, 17y=3179, 12z=3192$ 。

于是,甲偷米3石1斗9升2合,乙偷米3石1斗7升9合,丙偷米3石1斗9升2合。