

三 三位数除以一位数的除法



(一) 单元教学目标

1. 理解三位数除以一位数的算理,能比较熟练地口算整百数、几百几十的数除以一位数,能正确笔算三位数除以一位数的除法。
2. 能结合具体情境进行三位数除以一位数的估算,并解释估算的过程。
3. 在三位数除以一位数的学习过程中,初步学会简单的归纳、类比和有条理的思考。
4. 能根据现实情境,发现给定事物中隐含的某些简单规律,并做出适当的说明。
5. 能从现实生活中发现一些用除法解决的数学问题,并能综合运用所学知识和技能解决问题。掌握解决问题的一些基本策略,发展应用除法的意识,体会数学的应用价值。



(二) 单元内容分析

三位数除以一位数的除法,是在学生已经熟练地掌握了表内乘、除法,以及两位数除以一位数的除法的基础上展开教学的。学好这部分知识,为今后学习三位数除以两位数的除法打好基础。

本单元的教学内容包括三位数除以一位数的口算、三位数除以一位数的估算、三位数除以一位数的笔算、问题解决以及探索规律等几方面的内容。

学生的学习过程是一个由旧知识不断建构新知识的过程。教科书在计算内容的编写上,按照口算——估算——笔算的顺序,并且特别体现和强调了学生的主动建构过程。一是通过表内除法、两位数除以一位数的口算方法来迁移类推出三位数除以一位数的口算方法,提高学生的口算能力。二是结合具体情境选择估算单位,通过对话框呈现估算过程与方法,体现了估算与口算的联系,发展学生的估算意识。三是按照三位数除以一位数的商是两位数、商是三位数但中

间设0、商是三位数中间有0的顺序呈现笔算内容,详尽展示笔算过程,让学生在理解算理的同时探究算法,提高学生的笔算水平。四是通过简单事例填表列式,运用观察、思考、归纳、概括的思想方法,总结整数除法中的运算性质,使学生对除法的认识水平得到提高。整个计算内容的编排,以口算为基础,推动估算与笔算的学习,体现了数学知识的发展线索,符合学生的认知规律。

“问题解决”既是对前面所学知识的综合运用,又是学生体会所学知识与现实生活必然联系的重要学习内容。在这部分内容的编排上,既有运用两位数除以一位数以及两位数乘两位数的知识来解决的问题,也有用三位数除以一位数等知识来解决的问题,体现了知识运用的综合性。如教科书第60页例1,既要用到两位数乘两位数的知识,又要用到三位数除以一位数的知识来解决问题。

“探索规律”是《标准》规定的“数与代数”中要达到的一个目标。由于规律是事物之间内在的必然联系,同时许多规律具有一定的隐蔽性,因此本单元中的探索规律具有一定的现实性、探索性及挑战性。教科书安排这部分内容,一方面让学生经历、体验探索、发现规律的过程,发现事物内在的规律;另一方面让学生学会从数学的角度分析、提炼问题。

课堂活动及练习的设计尽量联系学生的生活实际,且避免机械重复。在有趣的算一算、连一连、填一填及解决生活实际问题的数学活动中,进一步理解算理、掌握算法,提高计算能力。

[单元教学重点] 三位数除以一位数的笔算除法,综合运用所学知识解决问题。

[单元教学难点] 三位数除以一位数的笔算除法,特别是商中间有0的除法。通过解决问题发展学生的思维能力。



(三)单元教学建议

本单元的教学,教师应注意给学生提供现实背景,让学生产生计算的需要,体会计算的价值,探索计算的方法,理解计算的算理以及提倡算法多样化等。具体建议如下:

1.重视原有知识在新知识学习中的迁移。

建构主义的观点认为,学生的学习即是依据其已有的知识和经验所进行的主动建构。因此,在教学中要注意帮助学生找准原有知识与新知识的内在联系,引导学生主动运用原有知识探索新的知识,同时培养学生迁移、类推的能力。例

如,可引导学生比较 $60 \div 2$ 与 $600 \div 2$ 的异同,思考如何运用两位数除以一位数的方法去探讨三位数除以一位数的方法。这种重视原有知识在新知识学习中的迁移,不仅能使教学收到事半功倍的效果,而且还能让学生在学习活动中主动获取知识,同时获得积极的情感体验。

2.联系现实情境,帮助学生掌握三位数除以一位数的估算方法。

估算是现实生活的需要,在组织估算学习活动时,要注意紧密联系现实情境,让学生感受到估算在现实生活中的意义和价值。在理解估算方法时,要注意突出现实背景。如教科书第50页例4,教师可引导学生思考将“568”看成“600”后,估算出的结果对整个问题解决的意义,这样学生才能真正理解可以这样估算的道理,从而对估算方法有本质性的理解。

3.以学生为本,鼓励学生计算方法的多样化和解决问题策略的多样性。

由于学生的生活背景不同,思维方式不同,已有的知识、经验也不尽相同,这样就有了对同一问题的不同解决方法。教科书无论在口算、估算的方法呈现上,还是在解决问题的方法探讨上,都较突出地体现了算法和解决问题策略的多样化。教师应鼓励学生个性化的算法和不同的解决问题的策略,真正体现以学生为本,从而发展学生的个性。

4.关注学生的思考过程,引导学生掌握解决问题的一些基本策略。

学生解决问题的过程就是数学思考的过程。因此,教学中要关注学生的思考过程,让学生不仅知其然,还要知其所以然,帮助学生通过思考逐步掌握一些解决问题的方法,以促进学生思维能力和解决问题能力的发展。如本单元就隐含了一些用分析法、综合法等常用数学方法来解决的问题。

第1节“三位数除以一位数”安排了8个例题、4个课堂活动和3个练习,建议用7课时完成教学。第1课时教学单元主题图、例1、例2,完成课堂活动第1,2题及练习十第1,2题;第2课时教学例3、例4,完成课堂活动第3题及练习十第7,8题;第3课时练习课,完成练习十的其他题;第4课时教学例5,完成课堂活动及练习十一第1,2题;第5课时教学例6、例7,完成课堂活动及练习十一第5,6题;第6课时教学例8,完成课堂活动及练习十二第1,2,8题;第7课时综合练习课,完成练习十一和练习十二的其他题。



三位数除以一位数的除法



★本单元的主题图为学生提供了“动物运动会”的情境,借助小猫跳绳比赛、小猪吹泡泡比赛等项目,提出三位数除以一位数的问题,以此激发学生的学习兴趣。

(1)教学本节内容之前,先引导学生观察单元主题图,说说从图中看到了什么。

(2)有意识地把学生的注意力吸引到小猪吹泡泡、小猫跳绳等情境中去,从“平均每分吹多少个”“谁跳得快些”等问题引发学生对三位数除以一位数的除法的学习需求。注意,这里不需要学生得出结果,只让学生感受和体会这些问题的解决需要三位数除以一位数的除法的相关知识就可以了。

★例1 教学整百数除以一位数。


(1)先让学生观察例1的情境图,再用语言或画面烘托植树的气氛,然后让学生说说从中获得了哪些信息。当学生讲到“600棵树苗”这个信息时,可引导学生看图中是如何呈现这600棵树苗的(共6捆树苗,每捆100棵),同时提出“每所学校分多少棵树苗”的问题。

(2)在学生列出算式后引导观察,并设问:这个除法算式与过去学习的有什么不同?你能算出它的结果吗?可能大部分学生会借助情境图,悟出“6个百除以2等于3个百”的算理,这时教师可借助板书:6个百 \div 2=3个百,加深学生的理解。

(3)如果有学生通过 $6\div 2=3$ 、 $60\div 2=30$ 类推出 $600\div 2=300$,教师要及时地给予鼓励。最后教师可用“你还有别的算法吗”等激励性的语言,鼓励学生说出不同的算法。如 $2\times 300=600$,所以 $600\div 2=300$ 等。教师可给予适当提示,让学生学习迁移、类推的数学思想方法。

三位数除以一位数


1 每所学校分多少棵树苗?



$600\div 2=$ (棵)

答:每所学校分()棵树苗。

2 这块占地 120m^2 的长方形实验田,长是多少米?



$120\div 6=$ (m)

答:长是()m。

★教学例2前,根据学生实际情况,可酌情补充几百几十的数除以一位数且商是三位数的口算除法,如 $240\div 2$ 、 $360\div 3$ 等,这样在一定程度上可以减小例2的学习难度。

(1)先引导学生看图,再回忆长方形面积计算公式,然后根据图意列出算式,并让学生在小组里说一说自己的想法。

(2)小组汇报时,要把重点放在让学生说出是怎样想的,鼓励学生多样化的口算方法。例如,学生说出把120看成12个十,12个十除以6得2个十,也就是20;或 $6\times 20=120$,所以 $120\div 6=20$ 等,都要给予肯定。

例3 平均每只小兔分多少朵蘑菇?



$$5 \div 5 = 1 (\text{朵})$$

答:平均每只小兔分1朵蘑菇。 答:平均每只小兔分0朵蘑菇。

$$0 \div 5 = 0 (\text{朵})$$

算一算 $0 \div 2 =$ $0 \div 6 =$ $0 \div 9 =$

0除以任何不是0的数都等于0。

例4 平均每批大约能进入多少人?



$$600 \div 3 = 200 (\text{人})$$

答:平均每批大约能进入200人。

★例3是学习“0除以任何不是0的数都等于0”的知识。

(1)为了帮助学生理解 $0 \div 5 = 0$ 这一算式的意义,先安排了第1幅图,创设了5只小兔采了5朵蘑菇的情境,以此做铺垫,能有效地降低学生理解 $0 \div 5 = 0$ 的难度。

(2)教学时,应让学生去想:5只小兔,一朵蘑菇也没有采到,列算式为 $0 \div 5$,结果等于多少呢?引导学生分析:因为一朵蘑菇也没有,5只小兔去分,什么也分不到,帮助学生理解 $0 \div 5 = 0$ 的算理。

(3)在学生有了一定的感性认识的基础上,教科书安排了“算一算”,并推导出“0除以任何不是0的数都等于0”的结论。这就为学习商中间有0的除法做好了准备。

★例4安排的是三位数除以一位数的估算,这为后面学习竖式计算,包括对计算结果的估计做孕伏。

(1)教学时可先创设与主题图相关的小故事,使教学情境更贴近学生的实际生活。然后组织学生讨论,从实际情况

考虑,每批进入的人数必须完全一样吗?通过讨论,学生达成共识:在实际生活中,许多时候只需要一个大致的结果就行了。由此先激发学生学习估算的心理需要,再进行估算方法的教学。

(2)教学估算方法前,可先让学生猜一猜大约平均每批进入的人数,可能有学生会想到是一个三位数,还可能有些学生考虑到“568”小于600,所以每批不会超过200人。不论学生从哪个角度进行猜测、估计,只要言之有理,都要给予肯定。

(3)教学估算方法时,可以让学生回忆两位数除以一位数的估算方法,启发学生结合具体情境,探索出三位数除以一位数的估算方法,如把568看成600, $600 \div 3 = 200$ 。同时还应鼓励学生想出其他的估算方法,如把568看成570, $570 \div 3 = 190$ 等。

★课堂活动第1题采取对口令的方式帮助学生巩固整百整十数除以一位数的口算方法。

★课堂活动第2题是整十数除以一位数的口算在实际生活中的应用。教师可组织学生汇报自己思考的结果,并讨论如何判断谁跳得快。还可根据学生实际情况增加类似“谁跑得快”等题目。

★课堂活动第3题配合例4教学,可让同桌两人互相出题,并让对方说出估算结果及估算方法,教师巡视指导。

练习十安排了8道练习题。

★第1题涉及两位数除以一位数和三位数除以一位数的除法的计算,教学时不仅要让学生独立口算,还要让学生对上下两个算式进行比较。引导学生发现上下两个算式中,除数不变,被除数扩大到原数的10倍,商就扩大到原数的10倍。

★第2题是除数不变,被除数扩大到原数的几倍,商就扩大到原数的几倍的应用练习,同时继续向学生渗透一一对应的思想。

课 堂 活 动

1. 对口令。

800÷2 400

50 250÷5

2. 谁跳得快?

我2分跳180下。 我3分跳300下。

小刚 小丽

3. 余刚和苗苗每天大约各看书多少页?

这本书393页,我8天看完。 这本书,我9天看了354页。

苗苗 余刚

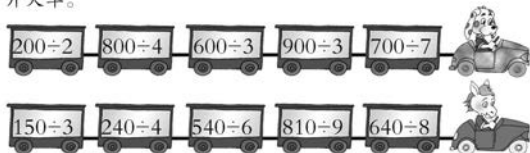
练 习 十

1. $40 \div 2 =$ $36 \div 4 =$ $50 \div 5 =$ $48 \div 6 =$
 $400 \div 2 =$ $360 \div 4 =$ $500 \div 5 =$ $480 \div 6 =$

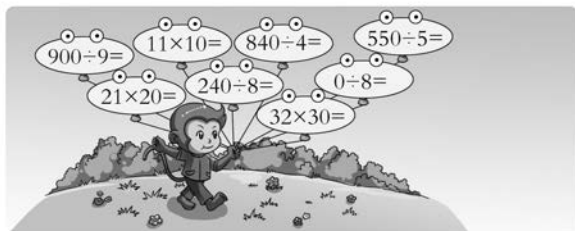
2.

80	$\div 4 =$			60	$\div 6 =$	
160				120		
320				240		

3. 开火车。



4.



5. 计算。

$$\begin{array}{ccc} 240 \div 3 \div 8 & 560 \div (16 - 9) & 320 \div (4 \times 2) \\ 270 \div (6 + 3) & 568 - 14 \times 22 & 25 \times (46 - 9) \end{array}$$

6. 在○里填“>”“<”或“=”。

$$\begin{array}{ccc} 400 \div 4 \bigcirc 600 \div 2 & 720 \div 8 \bigcirc 720 \div 9 & 280 \div 4 \bigcirc 28 \times 10 \\ 160 \div 4 \bigcirc 80 \div 2 & 0 \div 5 \bigcirc 200 \div 4 & 360 \times 8 \bigcirc 360 \times 9 \end{array}$$

7. 育人小学要修一条296m长的自来水管线。如果每根自来水管的长度是6m,大约需要多少根自来水管?

8. 平均每时大约喷了多少棵?



这位叔叔从8时工作到12时。



我给322棵桃树喷了药水。

★第3,4题配以开火车、小猴玩耍等情境图,练习整百数除以一位数、几百几十的数除以一位数的计算,这样使学生的计算学习不会太枯燥。

★第5题是四则混合运算的题目,学生计算后,再进行交流,说一说运算的顺序。

★第6题要求比较计算结果的大小,教师应适当提醒学生注意计算的正确性。当然,有些题学生也可以不计算而直接判断,如 $0 \div 5 = 0$,从而判断 $0 < 200 \div 4$ 。

★第7题,应鼓励学生说出估算方法,并引导学生对不同的方法进行比较。

★第8题有一个间接条件,即要先算出从8时到12时,经过多少时间,教师可根据本班学生的实际情况,进行必要的指导。

★例5是本单元主题图中的一部分,是教学三位数除以一位数的笔算除法。由于学生已经有了两位数除以一位数的笔算及三位数除以一位数的口算、估算做基础,所以教科书没有编写三位数除以一位数商是三位数的这类例题,而是直接进入三位数除以一位数商是两位数的除法的学习。对于三位数除以一位数商是三位数的除法,只在练习中出现。因为学生已经具有一定解决这类问题的知识、经验,因此教科书没有分步解释算理,而是通过对话框,突出讨论的问题。

(1)教学时,师生要共同探讨和着重解决:判断“商应是两位数”以及辨析“4为什么写在十位上”。

(2)学生也许会得出“当被除数的最高位不够商1时,要先用被除数的前两位除以这个一位数”等结论,教师要引导学生有条理地陈述理由,这样使学生的学习活动更加具有探究性。

(3)要注意竖式书写格式的规范。

★课堂活动采取一问一答的方式进行。学生在活动中总结出判断“三位数除以一位数,商是几位数”的方法,即观察百位上的数,并与除数比较,百位上的数比除数大,则商的第1位在百位上,否则在十位上。可采取学生自主出题的方式进行教学。

例5 小猪平均每分吹多少个泡泡?



被除数百位上的1比除数3小,商应是两位数。

$135 \div 3 = \underline{\quad} (\text{个})$

4 5
3 $\overline{)135}$
12
—
15
15
—
0

4为什么写在十位上?

答:小猪平均每分吹()个泡泡。

算一算 $288 \div 4$ $276 \div 2$ $639 \div 3$

课 堂 活 动

说一说。



例6 $406 \div 2 = \underline{\quad}$

$$\begin{array}{r} 203 \\ 2 \overline{)406} \\ \underline{4} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 203 \\ 2 \overline{)406} \\ \underline{4} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

这样写简便些。



算一算 $505 \div 5 =$

$906 \div 3 =$

$840 \div 4 =$

例7 平均每分打多少个字？



哟！6分打了624个字。

答：平均每分打()个字。

$624 \div 6 = \underline{\quad}$ (个)

$$\begin{array}{r} 104 \\ 6 \overline{)624} \\ \underline{6} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

商的十位上为什么写0？



算一算 $614 \div 2 =$

$728 \div 7 =$

$981 \div 9 =$

议一议 怎样计算三位数除以一位数？



先看被除数的最高位，最高位不够商1，就看被除数的……



除到哪一位，商就写在哪一位的上面。

每次除得的余数要比除数……



例6、例7是教学商中间有0的除法。对于商中间有0的除法，它一般有两种情况：一是在计算过程中，出现0除以一个不为0的数；二是求出商的最高位以后，除到被除数的某一位不够商1。

★例6是上面所说的第1种情况。

(1)教学时可尝试让学生独立计算。由于有了例3“0除以任何不是0的数都等于0”做基础，学生在理解算理上不会有太大困难，但对于个别学习有困难的学生，教师要给予指导。

(2)商中间有0的除法的竖式书写格式对学生来说是第1次出现，所以例题中呈现了2个同学不同的竖式书写格式，目的是让学生通过观察、对比，自主接受较简洁的书写形式。

(3)教学中还要注意，在计算时，学生常出现将中间的0漏写或写错位置等问题。

★例7是上面所说的第2种情况。

(1)教学时，除了让学生尝试计算外，还要引导学生观察、比较现在的除法和前面学习的除法有什么不同，进而提出问题“商的十位上为什么写0”，帮助学生理解用0占位的算理。

(2)“算一算”是帮助学生巩固中间有一位不够商1的除法计算。做完练习后，师生要共同总结用0占位的重要性。

(3)“议一议”的目的，是以这种交流的形式对三位数除以一位数的笔算方法进行归纳，这样更有利于学生掌握三位数除以一位数的计算方法。

★课堂活动安排的是一个游戏活动。

(1)此游戏具有一定的开放性。因为用卡片2,4,6可以组成6个不同的三位数,即246,264,426,462,624,642,所以,得到的商也就不唯一,但不要求学生全部列举出来。

(2)本游戏还具有一定的综合性。因为组成的被除数不同,所得的商有两位数的,也有三位数的。对于商是三位数的除法,有商中间没有0的,也有商中间有0的。

(3)对于本游戏,还可以进一步拓展。如把卡片6换成卡片0,继续组成三位数做被除数,进行口算等。教师可视其学情,灵活把握。

练习十一安排了10道练习题。

★第1题安排了商是三位数或两位数的竖式计算,要求学生先判断商是几位数,然后再计算。

★第2题配合例5教学,安排了商是两位数或三位数的算式,供学生练习。可以先让学生估计商是几位数,再计算。计算时要提醒学生注意书写工整,数位对齐,掌握除的顺序等。

★第3题,无论学生是估算得出结果后进行比较,还是笔算后再进行比较都应给予肯定。

★第4题结合倍与除法的知识解决实际问题,计算中会涉及被除数的十位不够商1时,用0占位的计算。

课 堂 活 动

做游戏。

用你们组成的三位数除以我卡片上的数。

我们用2,4,6组成不同的三位数。

练 习 十 一

- 先说出商是几位数,再计算。
 $4\overline{)648}$ $7\overline{)357}$ $5\overline{)755}$ $2\overline{)512}$
- 用竖式计算。
 $306\div 9$ $783\div 9$ $216\div 4$ $428\div 2$
 $984\div 8$ $536\div 4$ $427\div 7$ $186\div 6$
- 算一算,比一比,哪个小朋友拍得快?


	李红	王平	张明
时间(分)	6	3	4
数量(下)	600	291	500
- 母鸡只数是公鸡的多少倍?



5. 开锁(连一连)。



6. 先找出错在哪里,再改正。

$$\begin{array}{r} 34 \\ 2 \overline{)608} \\ \underline{6} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 205 \\ 2 \overline{)501} \\ \underline{4} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 201 \\ 4 \overline{)814} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

7. 装完这些饮料,需要多少个箱子?



8. 各年级平均每班有图书多少本?

年级	班数(个)	共有图书(本)	平均每班有图书(本)
一	3	315	
二	4	720	
三	4	852	

9. 将8本同样的字典摞起来的高度是328mm,一本字典的厚度是多少毫米?

10. 蜜蜂采花蜜,谁采得快?



由于例题中未安排商的末尾有0的除法,为了能较全面地体现三位数除以一位数除法中商的各种情况,使这部分内容更加完整,在第5,8题中都涉及了商末尾有0的除法,教学时要给予关注。

★第5题以连一连的形式巩固商中间有0的除法知识,同时学习商末尾有0的除法知识。

(1)对于商末尾有0的除法,让学生尝试用迁移的方法,试着独立去做。

(2)对于 $850 \div 5$,计算时注意商末尾的0。

★第6题要先让学生找出错在哪里,并分析原因,然后再改正。

★第7题要求学生仔细观察,找出隐含条件(箱子上“6瓶装”字样)。这类题在一定程度上能起到培养学生观察能力和分析问题能力的作用。

★第8题利用填表的形式,让学生列式计算。

(1)教学时,让学生读懂题意,列出算式。注意列出的算式包含了商中间有0和商末尾有0两种情况。

(2)让学生独立计算并填表。通过计算,帮助学生进一步掌握三位数除以一位数的计算方法,提高计算的能力。

★第9题是利用三位数除以一位数的除法解决问题,可以让学生独立完成。

★第10题,如果学生用计算的方法或是估算的方法解决问题,都要给予肯定。本题提倡用估算的方法解决问题。在教学中,可适当引导学生通过判断商的位数来解决问题。

★例8编写的目的是引导学生发现“在除法里,除数不变,被除数扩大到原数的几倍,商就扩大到相同的倍数”这一规律。考虑到仅用一组算式让学生发现其中的规律,有一定难度,教科书利用现实情境引入问题,然后通过填写表格、列出除法算式等一系列的活动,借助实际背景让学生感受并发现规律。

(1)教学时要结合具体情境,通过观察表格,让学生发现每筐装的篮球个数一样多,随着篮球个数的增多,装的筐数就越多。

(2)从情境中抽象出算式,然后补充填写算式,继而发现规律并归纳出结论:除数不变,被除数扩大到原数的几倍,相应的商就扩大到原数的几倍。

(3)从下往上看,会有“除数不变,被除数缩小到原数的几分之一,商也缩小到原数的几分之一”的结论,对此教师的要求要有弹性,对学生不要做统一的要求。

(4)教学中逐步使隐含的规律明朗化,同时让学生结合计算和观察算式的规律,受到归纳、概括的数学思想的熏陶。

★课堂活动,学生既可以从长乘宽的积不变来考虑,也可以根据填出来的数据进行思考。运用被除数(面积)不变,除数(长或宽)发生变化的规律进行观察,可以发现不用计算就能直接得出商(宽或长)。



填一填,你有什么发现?

篮球总数(个)	8	16	24	32	40
每筐个数(个)	8	8	8	8	8
装的筐数(筐)	1	2	3		

$8 \div 8 = 1$ (筐)

$16 \div 8 = \underline{\quad}$ (筐)

$24 \div 8 = \underline{\quad}$ (筐)

$32 \div 8 = \underline{\quad}$ (筐)

.....

每筐个数不变,篮球总数越多,装的筐数就越多。

从上往下看,除数不变,被除数扩大,商也扩大。

从下往上看,除数不变,被除数缩小,商也缩小。

除数不变,被除数扩大到原数的几倍,商就.....

试一试 $40 \div 2 =$

$40 \div 4 =$

$40 \div 8 =$

从上面的计算中你发现了什么?

课 堂 活 动

在钉子上围面积为 72cm^2 的长方形,围一围,再填写下表。

长(cm)	72	36	24		
宽(cm)	1			4	6

观察上表,你有什么发现?

练习十二

1. 根据 $10 \div 5 = 2$ 写出下面算式的结果。

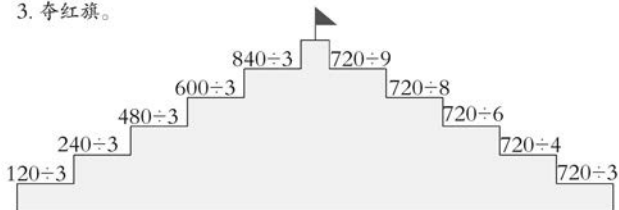
$40 \div 5 =$	$60 \div 5 =$	$80 \div 5 =$
$50 \div 5 =$	$70 \div 5 =$	$90 \div 5 =$

2. 填写下表。



加工总套数(套)	18	36	72	108	144	180
加工天数(天)	3	6				

3. 夺红旗。



4. 用竖式计算。

$240 \div 6$	$944 \div 8$	$721 \div 7$	$516 \div 6$
$906 \div 3$	$196 \div 4$	$856 \div 8$	$266 \div 7$

5. 下面3个图形的周长都是396cm, 同一个图形中的各条边都相等, 分别算出每个图形的边长。



练习十二安排了9道练习题和1道思考题。

★第1题是“除数不变, 被除数扩大到原数的几倍, 商就扩大到原数的几倍”的练习。学生完成后, 让学生说一说自己的想法。

★第2题学生可直接计算。最好能从填出来的数据中找出规律, 运用“除数不变, 被除数扩大到原数的几倍, 商就相应扩大到原数的几倍”的结论, 不用计算就可以直接填表。

★第3题利用“夺红旗”的形式来激励学生, 提高他们的计算能力。

(1) 本题包含整百数除以一位数、整百整十数除以一位数的口算, 要求学生不但要计算正确, 还要有一定的速度。

(2) 可以以红旗为界, 分组进行比赛, 培养学生的竞争意识和思维的敏捷性。

(3) 对于学生口算能力的培养, 要经常地进行训练。

★第4题包含了三位数除以一位数除法的多种情况, 可以作为学生的课堂练习或课后作业。要提醒学生, 把计算的结果写在横式上。

★第5题结合几何图形, 通过计算, 让学生感受当被除数不变、除数变化时, 商的变化规律。本题是数形结合的练习, 体现了一定的综合性。除了计算, 还可以结合各个图形讨论周长、边的条数及边长之间的关系。

★第6题是根据算式,判断商的位数的练习。让学生判断后,说一说判断的依据。

★第7题是在具体的情境中运用估算方法解决问题。即:把138只田鼠看作140只,平均每天大约捉20只田鼠。

★第8题需要运用“被除数不变,除数扩大到原数的几倍,商相应的要缩小到原数的几分之一”的规律来解答。

(1)让学生先尝试解答,然后交流。

(2)被除数是54,除数依次是3,6,9,那么所得的商依次是18,9,6。

★第9题利用对话框呈现有关信息,目的是让学生灵活应用规律解决实际问题。

(1)本题可先让学生理解题意,即:雏鹰小队和青年志愿者都是每组6人,青年志愿者人数是雏鹰小队人数的3倍,从而可得青年志愿者组数是雏鹰小队组数的3倍,直接列式 $4 \times 3 = 12$ (组)即为答案,这样解答,直奔主题,思路巧妙、简洁。

(2)部分学生可能按常规思路,先求青年志愿者人数,即 $6 \times 4 \times 3 = 72$ (人),再求组数,即 $72 \div 6 = 12$ (组)。这样也是可以的。

(3)算出结果后,再进行交流。

★思考题既要考虑除数是原来的一半(单价降到原来的一半),又要思考被除数扩大2倍(小萍的钱是小智的2倍)时商的变化规律。

(1)可以这样想,小智的钱能买5本同样的书,小萍的钱是小智的2倍,那么小萍的钱能买10本同样的书。如果书的单价降到原来的一半,那么小萍的钱能买20本同样的书。

(2)不要求全体学生都达到同一要求,只要说得合理,都要给予肯定。

6. 不计算,直接给算式分类。

$$\begin{array}{l} 366 \div 6 \\ 934 \div 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 426 \div 3 \\ 384 \div 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 572 \div 2 \\ 619 \div 9 \end{array}$$



商是两位数



商是三位数

7. 平均每天大约捉多少只田鼠?



8. 妈妈带的钱买3元1袋的饼干刚好可以买18袋。如果买6元1袋的饼干可以买多少袋? 买9元1袋的呢?



9. 青年志愿者每6人1组,应该分成几组?



小萍的钱是小智的2倍,小智的钱刚好买5本同样的书,如果书的单价降到原来的一半,这时小萍的钱可以买多少本这样的书?

第2节“问题解决”安排了2个例题、1个课堂活动和1个练习,建议用2课时完成教学。第1课时教学例1,完成课堂活动和练习十三第1~5题;第2课时教学例2,完成练习十三的其他题。

问题解决

1 学校有12盒水彩笔,平均分给3个班。每班分得水彩笔多少支?

先算一共有多少支,再算每班分得多少支。

$$\begin{aligned} & 24 \times 12 \div 3 \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \text{ (支)} \end{aligned}$$



先算每班分得几盒,再算每班分得多少支。

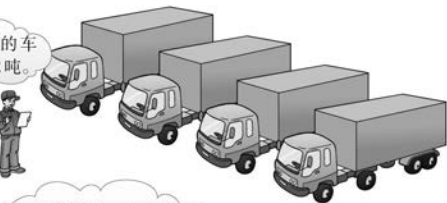
$$\begin{aligned} & 12 \div 3 \times 24 \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \text{ (支)} \end{aligned}$$



答:每班分得水彩笔()支。

2 一次运完200吨货物,需要派多少辆这样的车?

4辆这样的车一次运32吨。



先算每辆车一次运多少吨,再算一次运完200吨需要多少辆车。

$$\begin{aligned} & 32 \div 4 = 8 \text{ (吨)} \\ & 200 \div 8 = 25 \text{ (辆)} \end{aligned}$$



也可以这样列式。

$$\begin{aligned} & 200 \div (32 \div 4) \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \\ = & \underline{\hspace{2cm}} \text{ (辆)} \end{aligned}$$



答:一次运完需要派()辆这样的车。



60

★例1以图文结合的形式呈现信息。为了让学生对每种思路(策略)都有较清楚的认识,教科书用对话框给出了较完整的提示。

(1)教学时,可以先引导学生看清图意,明确条件:①一盒有24支水彩笔;②共有12盒水彩笔;③平均分给3个班。然后把这些信息和要求的问题联系起来思考:根据哪两个信息,可以先求出什么,再根据什么信息可以求出题中的问题。

(2)通过交流,让学生清楚每种算法的道理。

★例2以4辆货车运货的情境图,展示相关的信息,并提出了运用小括号来解决问题的思路,培养学生综合运用知识解决问题的能力。

(1)教学时,要注重引导学生理清思路。即:要知道一次运完200吨货物需要多少辆这样的车,必须先知道“每辆车一次运货多少吨”,然后再求需要多少辆车。并且根据这一思路,列出带有小括号的混合算式。要注意引导学生

弄清算式中每一步求的是什么。

(2)对于教科书中列出的综合算式 $200 \div (32 \div 4)$,教师可引导学生在梳理解决问题思路的基础上列出综合算式,这也是对学生整体思考问题的能力的培养。

(3)如果有学生列出 $200 \div 32 \times 4$,也应该允许。但此题涉及除数是两位数的除法,故不提倡这种解法。

★课堂活动中“设计编队方案”的活动给学生留下了足够的设计空间。学生可以设计每行的同学数,用除法得出每列的人数;还可以用符号代替同学,画图设计方案等。

练习十三安排了10道计算题和1道思考题。

★第1题可以先算共有多少间教室,再算平均每间教室放多少盆花;也可以先计算每层放花的盆数,再计算平均每间教室放多少盆花。

★第2题,可以先算每辆缆车坐几人,再算共需要多少辆缆车,综合算式是 $104 \div (12 \div 3) = 26$ (辆)。

★第3题,可以考虑用例2的方法解决问题。综合算式是 $117 \div (18 \div 2) = 13$ (时)。

★第4题既要考虑用例2的解题方法去解决,同时还要考虑题中的限制条件“最多可以买多少听”,综合算式应是 $100 \div (30 \div 5) = 100 \div 6 = 16$ (听)……4(元)。

★第5题,可以先求一共有多少颗糖,再求可以装多少袋,列式为 $48 \times 4 \div 8 = 24$ (袋)。也可以这样想,每袋由4颗增加到8颗,每袋中糖的数量增加到原来的2倍,那么袋数就要减少到原来的一半,即: $48 \div (8 \div 4) = 24$ (袋)。

课 堂 活 动

六一儿童节快到了,三年级144名同学组成两个人数相同的鲜花队。合作设计一个编队方案。

如果每个队编排成8行,每行……



如果每行排6人,可以排……



练 习 十 三

1. 学校买来120盆花,平均每间教室放几盆花?

教学楼有2层。



每层有4间教室。



2. 这个旅游团共有104人,需要乘多少辆缆车?



12人正好乘3辆缆车。

3. 王叔叔加工117个同样的零件,需要多少时间?

我用2时加工了18个零件。



4. 张阿姨买5听饮料用了30元,100元最多可以买多少听这样的饮料?

5. 一堆糖果,如果4颗装1袋,可装48袋。如果8颗装1袋,可以装多少袋?

6. 如果8个人合买这箱电池,平均每人可分得多少节?



7. 买书。



8. 小林为班上出板报,稿件有2页,平均每页有180个字。如果写成9行,平均每行写多少个字?



9. 工人师傅将960个杯子装箱。如果6个装1盒,8盒装1箱,这些杯子能装多少箱?

10. 看图,提出并解决数学问题。



★第6题,考虑到对于箱子上“48×6节”的信息学生可能有些困惑,故用对话框加以说明。

本题可以先求一共有多少节电池,再求平均每人分得多少节电池;也可以先求每人分得多少盒电池,再求每人分得多少节电池。

★第7题注意隐性条件:价格牌上的定价“115元/套”。本题可直接求115元里面有几个5元,也就是几周。当每周存6元时,115元里面有19个6元,还余1元,那么需要再存1周,才能买到这套书,即 $19+1=20$ (周)。

★第8题可以先求共有多少个字,再求每行写多少个字,即 $180\times 2\div 9=40$ (个)。也可以先求将1页的字写成9行,每行有几个字,再求所提出的问题,即 $180\div 9\times 2=40$ (个)。

★第9题可以先求960个杯子能装多少盒,再求这些盒能装多少箱,列式为 $960\div 6\div 8=20$ (箱)。

注意:第2,9题,还有其他的解法,但要涉及除数是两位数的除法,故不做要求。

★第10题,学生提出的问题可以是一步解决的,也可以是两步解决的,只要合理均可。

★思考题是将两种租船方式与总人数进行合理搭配,让学生从中寻找解决的最佳途径。

(1)由所给条件易得租船最合理的方式是:尽可能多地选择6人座的船,再搭配4人座的船,不让每一个座位空着。

(2)答案:可选择24只6人座的船和1只4人座的船。

第3节“探索规律”安排了3个例题、1个课堂活动和1个练习,建议用2课时完成教学。第1课时教学例1、例2,完成课堂活动第1题和练习十四第1,2题;第2课时教学例3,完成课堂活动第2,3题和练习十四的其他题。

★例1是让学生观察、发现数阵的规律,并运用规律完成填空。

(1)教学中要留足够的时间让学生自主观察,发现规律,还要有条理、有逻辑地表述规律,运用规律。


(2)例题中用对话框的形式对典型规律进行了概括,教学时,教师应引导学生从不同的角度发现规律。

(3)第5行的各数依次为:1,5,10,10,5,1。

★例2借助数形结合的方式,在方格图中计算描图,让学生从中发现规律。

(1)本例所蕴含的规律,可以是加法算式中的规律,如和不变时,一个加数增加1,另一个加数就减少1;也可以是数与图形之间的变化规律,如和为4的格子有3个,和为6的格子有5个……由此推断,和的数量总比对应的格子数多1。

(2)教学时应尽量激发学生探究的兴趣,发现不同的规律。例如,每一格所代表的是该格所在行与所在列对应的数字之和。



探索规律

1 找规律,看看第5行该填哪些数。

	1		1		
	1	2	1		
	1	3	3	1	
	1	4	6	4	1
□	□	□	□	□	□

仔细观察,你有什么发现?

每行中间各数都是前一行左右两个数的和。

每行首尾的数都是1。

第5行的第2空该填……

2 在下图中,描出横排和竖排上两个数相加等于4的格子,再分别描出相加等于6,10的格子,你能发现什么规律?

9									
8									
7									
6									
5									
4									
3									
2									
1									
+	1	2	3	4	5	6	7	8	9

我发现和不变时,一个加数增加1,另一个加数就……

我发现和为4的格子有3个,和为6的格子有……

我发现……

★例3 让学生通过观察,利用三位数除以一位数的除法知识发现规律,目的是让学生经历观察、探究、发现、归纳的过程,培养和发展学生合情推理的能力和初步的演绎推理的能力。

(1)例3通过图示(箭头所指方向)引导学生观察的方向,同时,通过对话框“ $720 \div 2 = 360$, $360 \div 3 = 120 \dots\dots$ ”引导学生发现规律。

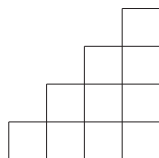
(2)学生发现规律后,要让学生说一说数的排列规律,即 $720 \div 2 = 360$, $360 \div 3 = 120$, $120 \div 4 = 30$, $30 \div 5 = 6$, $6 \div 6 = 1$ 。

(3)要让学生根据算式进行归纳概括、逐步抽象、形成文字并叙述出来。即“第1个数除以2的结果是第2个数;第2个数除以3的结果是第3个数;第3个数除以4……”。

★课堂活动第1题是发现算式中各数排列的规律。算式中的各数按“7, 10, 13”重复出现,而且7与13相加正好凑整为20,发现这一规律后计算就很简便了。本题重在发现规律,而非计算。

★课堂活动第2题是寻找两组数列的规律。如第(2)小题,前后两个数的变化规律是第2个数是由第1个数减15得到的。

★课堂活动第3题要求找出图形的变化规律,同时还要画出相应图形。



3 先找出数的排列规律,然后在空格处填合适的数。

$720 \div 2 = 360$

$360 \div 3 = 120$

$120 \div 4 = 30$

课 堂 活 动

- 找规律,算结果,再与同学交流算法。
 $7+10+13+7+10+13+7+10+13+7+10+13+7+10+13=$
- 按规律填数,说说你是怎么想的。
 - 96, 48, 24, 12, _____, _____。
 - 90, 75, 60, 45, _____, _____。
- 按规律在横线上画图。

练 习 十 四

- 根据规律,在○里填数。

说一说你有什么发现。

练习十四安排了6道练习题。

★第1题配合例1教学。本题和例1类似,只是所给的数和观察的方向略有不同。所填的数第5,6列,从上到下依次为:2, 8, 12, 8, 2; 2, 10, 20, 20, 10, 2。

★第2题,从前面的几组数据可以发现,3个方格里面的数是乘除关系。按照此规律,结合三位数除以一位数的知识即可填空。

★第3题是根据给定的算式去发现规律。观察算式,容易得出结论:从1开始, n 个连续的奇数相加,它们的和是 n^2 。

★第4题的第(1)小题依次填96,192。第(2)小题的规律是:从第3项开始,每个数字是前两个数字的和。所以,依次应填21,34。第(3)小题从第3项开始,后面的数等于前两个数相乘,故依次填32,256。

★第5题,可引导学生用估算的方法来解决。如 43×27 ,可看作 $40 \times 25 = 1000$,所以 43×27 的结果大于1000,是四位数。其他算式也可按这个思路去解决。

★第6题是通过具体的情境,让学生利用所学知识解决填数字的问题,以此培养学生合情推理的能力以及分析问题、解决问题的能力。

(1)把此题放手给学生做,他们最容易猜想的是拿了10次。利用两位数乘整十数的口算得 $12 \times 10 = 120$,因为纸箱上面标示的是一个三位数,而且百位上是1,个位上是0,120个鸡蛋符合题目要求。

(2)还有其他符合条件的数吗?如果再拿10次,和上面10次合起来就是240个鸡蛋,显然不符合题意。那么再拿几次,才能保证个位上是0,百位上是1呢?考虑到 $12 \times 5 = 60$,且 $120 + 60 = 180$,可见拿15次,能保证百位上是1,个位上是0。所以,本题有2个答案:□里填2或8。

(3)因为本题有一定的灵活性和开放性,所以学生的思考角度可能不同。但只要合理,教师都要给予肯定,并让学生说一说这样填的理由。

(4)对于学习有困难的学生,教师要适当点拨,给予具体的帮助。

2. 找规律,并在空格里填数。

72	9	45	5	56	7	114		245	7
	8		9		8		3		

3. 根据规律填空。

$$\begin{aligned}
 1+3 &= 4 = 2 \times 2 \\
 1+3+5 &= 9 = 3 \times 3 \\
 1+3+5+7 &= 16 = 4 \times 4 \\
 1+3+5+7+9 &= 25 = 5 \times 5 \\
 1+3+5+7+9+11 &= 36 = (\quad) \\
 1+3+5+7+9+11+13 &= (\quad) = (\quad) \\
 1+3+5+7+9+11+13+15 &= (\quad) = (\quad)
 \end{aligned}$$

4. 按规律填数。

(1) 3, 6, 12, 24, 48, _____, _____.

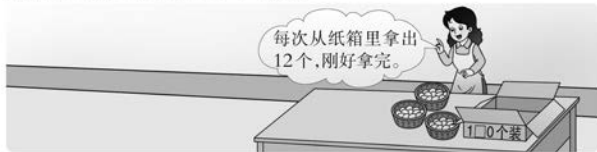
(2) 2, 3, 5, 8, 13, _____, _____.

(3) 1, 2, 2, 4, 8, _____, _____.

5. 选萝卜(连一连)。



6. 纸箱里原来可能有多少个鸡蛋?



“整理和复习”分两部分进行安排,一部分是对全单元知识及其学习方法进行整理,并包含3道题,另一部分是练习十五。建议用2课时完成教学。第1课时教学有关计算的内容,完成第1,2题及练习十五第1~5题;第2课时教学问题解决,完成第3题及练习十五的其他习题。

整理与复习



1. 口算,并说说你是怎样想的。

$400 \div 2 =$	$800 \div 4 =$	$900 \div 9 =$
$320 \div 8 =$	$490 \div 7 =$	$480 \div 6 =$

2. 先判断商是几位数,再列竖式计算。

$324 \div 6 =$	$594 \div 3 =$	$476 \div 7 =$
$408 \div 4 =$	$728 \div 8 =$	$204 \div 4 =$

3. 妈妈买了1本40页的相册,每3页可以装18张照片。这本相册能装243张照片吗?

练习十五

1. 口算。

	$200 \div 2$	28×30	$360 \div 6$	$630 \div 7$
	$500 \div 5$	37×10	$240 \div 8$	$320 \div 4$



66

★教科书通过对话框的方式,呈现了一个小组讨论的情境,给学生提供了复习回忆、再现知识、相互交流的机会,让学生经历整理知识的过程,从中学习整理知识的方法。

★第1题采用让学生先口算、再说一说计算方法的方式,对三位数除以一位数的口算方法进行整理。

★第2题设计了6道除法算式,这些题既有商是两位数的,也有商是三位数的;有的是商中间有0的除法,有的是商末尾有0的除法。这样有利于学生对三位数除以一位数的笔算方法进行较为全面的回顾与整理。

★第3题与问题解决里的例题类似,主要考查学生解决问题的步骤和方法。

练习十五安排了13道练习题和1道思考题。通过练习,进一步巩固所学知识,提高综合运用知识分析和解决问题的能力。

的能力。

★第1题是巩固乘、除法口算的方法,让学生独立完成。

★第2题是除法笔算练习,让学生独立完成,并引导学生互评。

★第3题是让学生运用“除数不变,被除数扩大到原数的几倍,相应的商也扩大到原数的几倍”的规律进行填空。

★第4题是混合运算,让学生独立完成。可展示学生的作业,并引导学生进行互评。

★第5题是通过当“数学小医生”的形式,找出竖式中的错误,从反面提醒学生,防止在计算中出现类似错误。

★第6题是让学生再次感受估算的实际运用,体会估算的实际价值,巩固估算的方法。

★第7题可采取不同的方式解决问题,如画图的方式等,甚至可以让学生在脑海中想象如何移动队列,从而培养学生空间想象的能力。

★第8题先要观察、探索出规律,再按照规律填空。

第(1)小题的规律是上下两个数的和是900,据此可以完成后面的填空。答案依次为350;600;250,650。

第(2)小题的规律是第2个数是 $600 \div 2 = 300$,第3个数是 $300 \div 3 = 100$,第4个数是 $100 \div 4 = 25$,接下来第5个数是 $25 \div 5 = 5$,所以应填5。

第(3)小题的规律是这个数列后一项减相邻前一项依次是1,3,5,7,正好组成一个奇数数列。照此规律,21和后一个数的差应是9,所以,这个数应是30。

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 356} \\ \underline{6} \\ 6438 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 805} \\ \underline{7} \\ 7721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 309} \\ \underline{4} \\ 4564 \end{array}$$

3. 填表。

被除数	80	160	240	320
除数	4	4	4	4
商				

4. 计算。

$585 \div 3 \div 5$

$16 \times 36 \div 6$

$25 \times (38 + 12)$

$873 \div 9 - 38$

$643 - 18 \times 31$

$498 \div (250 - 244)$

5. 数学医院。



$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 604} \\ \underline{6} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 3 \overline{) 540} \\ \underline{3} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 6 \overline{) 430} \\ \underline{42} \\ 1 \end{array}$$

6. 大约几天能看完?



7. 三年级的同学做操。如果每排站8人,可以站成14排;如果每排站7人,可以站成多少排?

8. 按规律填空。

(1) $\begin{matrix} \textcircled{500} & \textcircled{450} & \textcircled{400} & \textcircled{\quad} & \textcircled{300} \\ \textcircled{400} & \textcircled{450} & \textcircled{500} & \textcircled{550} & \textcircled{\quad} \end{matrix}$

(2) 600, 300, 100, 25, _____。

(3) 5, 6, 9, 14, 21, _____。

9. 在○里填“>”或“<”。

$$192 \div 8 \bigcirc 192 \div 6$$

$$0 \div 3 \bigcirc 84 \div 6$$

$$90 \div 5 \bigcirc 80 \div 5$$

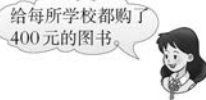
$$120 \div 4 \bigcirc 120 \div 8$$

10. 16名同学需要8套课桌椅,三年级184名同学共需要多少套这样的课桌椅?

11.



12. 奋进小学三年级5个班同学捐款,为2所希望学校购图书。平均每班捐款多少元?



13.



(1) 李老师买一种笔刚好用去108元,买一种球刚好用去60元。

他买的是哪一种笔和哪一种球?各买了多少?

(2) 如果用买笔和球的这些钱买笔记本,最多可以买多少本?

(3) 你还能提出并解决哪些数学问题?



想一想。

$$\square 2 \square \div 9$$

要使商的末尾有0,两个□里分别可以填几?

★第9题是根据每组中左、右两个算式的被除数和除数的变化进行大小比较。鼓励学生在观察的基础上,利用探索出的除法算式中的规律,不计算而直接比较大小。如果个别学生要先通过计算再进行大小比较,教师应尊重学生的选择。

★第10题可先求几人需要1套课桌椅,再求共需要多少套课桌椅,列式为 $184 \div (16 \div 8) = 92$ (套)。如果有学生列式为 $184 \div 16 \times 8$ 也可以,但此算式涉及三位数除以两位数的运算,故不提倡此方法。

★第11题可以用的隐含条件有:一个季度是3个月,半年是6个月。本题可以先求1个月安了多少个鸟巢,再求半年安了多少个鸟巢,即 $108 \div 3 \times 6 = 216$ (个)。如果学生利用“半年就是2个季度”,列式 108×2 更简便。

★第12题可以先求共捐了多少元,再求平均每班捐了多少元,即 $400 \times 2 \div 5 = 160$ (元)。也可以先求每个班给一所希望学校的捐款数量,再求每个班给2所希望学校的捐款数量,即 $400 \div 5 \times 2 = 160$ (元)。

★第13题的第(1)小题,要让学生理解“刚好”是什么意思。第(2)小题是让学生结合具体问题,体验“去尾法”在生活中的作用,但不提出“去尾法”的名称。列式是 $(108 + 60) \div 9 = 18$ (本)……6(元),故最多买18本。第(3)小题只要学生提出的问题合情合理,均给予肯定。

★思考题是根据题目要求,确定三位数的百位和个位上的数各是几。可以分两步分析。

(1) 因为十位上的数是2,要保证这个三位数的前两位数除以9没有余数,百位上的数必须是7,这样商的十位上的数是8。

(2) 再用个位上的数除以9。只有个位上的数小于9,才能保证商的末尾是0。所以,这个三位数的个位上的数可以是0~8中的任何一个数。

(3) 答案:百位上的方框里填7,个位上的方框里可以填从0~8中的任何一个数。



(四)单元教学资源

1.除法的定义

(1)定义:已知两个数 a, b ,求一个整数 q ,使 q 与 b 的积等于 a ,这种运算叫作除法。记作 $a \div b = q$,读作“ a 除以 b (或 b 除 a)等于 q ”。 a 叫作被除数, b 叫作除数, q 叫作 a 与 b 的商,符号“ \div ”叫作除号。

由定义可知,如果 $bq = a$,那么 $a \div b = q$ 。这种关系说明,除法是乘法的逆运算,就是已知积与一个因数求另一个因数。

在特殊情况下:

当 $b = a$ 时,因为 $a \cdot 1 = a$,所以 $a \div a = 1$;

当 $b = 1$ 时,因为 $1 \cdot a = a$,所以 $a \div 1 = a$;

当 $a = 0, b \neq 0$ 时,因为 $b \cdot 0 = 0$,所以 $0 \div b = 0$ 。

但除数 b 不能是 0 ,这是因为当 $b = 0$ 会有以下情况:

- ①当 $a \neq 0$ 时,由于任何数乘 0 都不可能等于正整数 a ,所以 $a \div 0$ 的商不存在;
- ②当 $a = 0$ 时,因为任何数乘 0 都等于 0 ,所以 $a \div b$ 的商是不确定的。

我们知道,在加法、减法和乘法中,和、差(如果存在)与积都是唯一的。在除法中,也要排除商(如果存在)不是唯一的情况,因此规定在除法中除数不能是 0 。

在整数范围内,除法运算也不是总可以施行。例如,就不存在一个与 3 相乘等于 14 的整数。这说明整数集对除法运算是不封闭的。但是,如果两个数有整数的商存在,那么这个商是唯一的。即:

如果 $a \div b = q$,那么 q 是唯一的。(可以用反证法证明,证明过程略)

(2)定义的推论。

推论1:某数除以一个正整数,再乘同一个正整数,仍得原数。即:

$$(a \div b) \cdot b = a \quad (\text{即 } \frac{a}{b} \cdot b = a)$$

推论2:某数乘一个正整数,再除以同一个正整数,仍得原数。即:

$$(a \cdot b) \div b = a \quad (\text{即 } \frac{ab}{b} = a)$$

2.除法的运算性质

(1)一个数除以两个正整数的积,等于这个数依次除以积的两个因数。即:

$$a \div (b \cdot c) = a \div b \div c \quad [(ab) | a, \text{ 即 } \frac{a}{bc} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} \cdot \frac{1}{b}]$$

(2)一个数除以两个正整数的商,等于这个数先乘商中的除数,再除以商中的被除数。即:

$$a \div (b \div c) = (a \cdot c) \div b \quad \left(\text{即 } \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b} \right)$$

(3) 两个数的积除以一个正整数,等于用除数先去除积的任意一个因数,再与另一个因数相乘。即:

$$(a \cdot b) \div c = (a \div c) \cdot b \quad (c | a, \text{即 } \frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \cdot b)$$

(4) 两个数的商除以一个正整数,等于商中的被除数先除以这个数,再除以原来商中的除数。即:

$$(a \div b) \div c = (a \div c) \div b \quad \left(\text{即 } \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{c}}{b} \right)$$

(5) 若干个数的和除以一个正整数,等于用除数去除和里面的各个加数(在能整除的条件下),然后把所得的商加起来。即:

如果 $b | a_1, b | a_2, \dots, b | a_n$, 那么 $(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \div b = a_1 \div b + a_2 \div b + \dots + a_n \div b$ 。

$$\left(\text{即 } \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b} = \frac{a_1}{b} + \frac{a_2}{b} + \dots + \frac{a_n}{b} \right)$$

3. 除法的运算法则

(1) 表内除法。被除数、除数都是一位数,或者被除数是两位数,除数和商都是一位数的除法,可以用乘法口诀直接求出商。例如, $6 \div 2$, 因为二三得六,所以商3,即 $6 \div 2 = 3$; $32 \div 8$, 因为四八三十二,所以商4,即 $32 \div 8 = 4$ 。

(2) 多位数除法。

① 除数为一位数的除法。多位数除以一位数,可以把多位数写成不同计数单位的数之和的形式,再根据除法的运算性质,把它变成表内除法求出商。例如:

$$\begin{aligned} & 732 \div 4 \\ &= (7 \text{ 百} + 3 \text{ 十} + 2) \div 4 \\ &= (4 \text{ 百} + 33 \text{ 十} + 2) \div 4 \\ &= (4 \text{ 百} + 32 \text{ 十} + 12) \div 4 \\ &= 4 \text{ 百} \div 4 + 32 \text{ 十} \div 4 + 12 \div 4 \\ &= 1 \text{ 百} + 8 \text{ 十} + 3 \\ &= 183 \end{aligned}$$

② 多位数除以多位数。多位数除以多位数是根据除法的运算性质进行计算的。例如:

$$\begin{aligned}
 & 6528 \div 32 \\
 & = (65 \text{ 百} + 2 \text{ 十} + 8) \div 32 \\
 & = (64 \text{ 百} + 128) \div 32 \\
 & = 64 \text{ 百} \div 32 + 128 \div 32 \\
 & = 2 \text{ 百} + 4 \\
 & = 204
 \end{aligned}$$

由此得到多位数除法的计算法则:从被除数的高位起,除数有几位,就先看被除数的前几位,如果前几位比除数小,就再往后多看一位;除到被除数的哪一位,就把商写到哪一位的上面;哪一位不够商1,就在哪一位上写0;每次除得的余数必须比除数小。

(3)商的位数。

两个数的商的位数等于被除数与除数的位数的差,或比这个差多1。

设被除数 a 、除数 b 分别是 m 位数和 n 位数,且 $a \div b = q$,那么 $a \div b$ 的商 q 是 $(m-n)$ 位数或 $(m-n+1)$ 位数。

证明:设 q 是 x 位数,因为 $a = bq$,所以 a 的位数 m 等于 b 、 q 位数之和,或比这个和少1。即:

$$\textcircled{1} m = n + x \text{ 或 } \textcircled{2} m = n + x - 1$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得: } x = m - n$$

$$\text{由 } \textcircled{2} \text{ 得: } x = m - n + 1$$

所以 $a \div b$ 的商 q 是 $(m-n)$ 位数或 $(m-n+1)$ 位数。

至于积的位数究竟是几,可以这样判断:如果被除数 a 的前 n 位数小于 b ,那么商的位数等于这两个数的位数之差 $m-n$,否则比这个差多1,即 $m-n+1$ 。

4.商的变化规律

(1)如果被除数扩大到原数的 n 倍(或缩小到原数的 n 分之一),除数不变,那么它们的商也扩大到原数的 n 倍(或缩小到原数的 n 分之一)。即:

$$\text{如果 } a \div b = q, \text{ 那么 } (a \times n) \div b = q \times n \text{ 或 } (a \times \frac{1}{n}) \div b = q \times \frac{1}{n} \quad [(bn) | a].$$

(2)如果除数扩大到原数的 n 倍(或缩小到原数的 n 分之一),被除数不变,那么它们的商反而缩小到原数的 n 分之一(或扩大到原数的 n 倍)。即:

$$\text{如果 } a \div b = q, \text{ 那么 } a \div (b \times n) = q \times \frac{1}{n} \quad [(bn) | a], \text{ 或 } a \div (b \times \frac{1}{n}) = q \times n \quad (n | b).$$

(3)被除数和除数都扩大到原数的 n 倍(或都缩小到原数的 n 分之一),它们的商不变。即:

$$\text{如果 } a \div b = q, \text{ 那么 } (a \times n) \div (b \times n) = q \text{ 或 } (a \times \frac{1}{n}) \div (b \times \frac{1}{n}) = q \quad (n | a, n | b).$$